

QUESITO 5

Determinare la funzione polinomiale di quarto grado $y = p(x)$ sapendo che, in un sistema di riferimento cartesiano, il suo grafico verifica le seguenti condizioni:

- È tangente all'asse x nell'origine
- Passa per il punto $(1; 0)$
- Ha un punto stazionario in $(2; -2)$

Soluzione

Sia $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ la funzione polinomiale cercata.

Applicando la prima condizione otteniamo che sia e che d devono essere 0 per garantire il passaggio della funzione nell'origine con tangente orizzontale.

$$p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$$

Per la seconda condizione abbiamo che $a + b + c = 0$

Per la terza condizione abbiamo sia che $p(2) = -2$ che $p'(2) = 0$ cioè
 $16a + 8b + 4c = -2$ e $32a + 12b + 4c = 0$

Mettendo a sistema le tre equazioni trovate si ottiene

$$a = 1 \quad b = -\frac{7}{2} \quad e \quad c = \frac{5}{2}$$