

QUESITO 2

Si lancia 5 volte una moneta truccata che dà testa con probabilità p .

Qual è la probabilità di ottenere testa esattamente 2 volte?

Per quale valore di p la probabilità di ottenere testa esattamente 2 volte è massima?

Soluzione.

$$P(2 \text{ Testa} - 3 \text{ Croce}) = \binom{5}{2} p^2 (1-p)^3 = 10 p^2 (1-p)^3$$

Calcoliamo la derivata e cerchiamo punti di massimo:

$$P' = 10(2p(1-p)^3 - 3p^2(1-p)^2) = 10p(1-p)^2(2-2p-3p) = 10p(1-p)^2(2-5p).$$

La derivata si annulla nei valori $p=0$, $p=1$ e $p=\frac{2}{5}$. Siccome $p \in [0,1]$ il segno della derivata è dato

solamente dal termine $(2-5p)$ che è positivo per valori minori di $p=\frac{2}{5}$ e negativo per valori maggiori.

$p=\frac{2}{5}$ è il massimo assoluto.