

GARA DI MATEMATICA ON-LINE (29/1/2024)

1. TUTTI A SCUOLA [286]

Detto x il numero delle femmine, il numero dei maschi è $x-52$ e quindi $x+x-52=520$, cioè $x=286$.

2. LO SLALOM [7]

Detti x i birilli della fila centrale, avremo in campo

$(x-4)+(x-3)+(x-2)+(x-1)+x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4)=63$ birilli, quindi $9x=63$ e di conseguenza $x=7$

3. IL CAMPIONATO [156]

Ciascuna delle squadre dovrà giocare in casa con tutte le altre, quindi le partite sono $13 \cdot 12 = 156$.

4. LA QUOTA [26]

Il prezzo totale di $52 \cdot 23$ euro dovrà essere pagato dai restanti 46 tifosi, e quindi $\frac{52 \cdot 23}{46} = 26$ €.

5. PALLONI OVALI [28]

La prima macchina produce 160 palloni in 8 ore di cui $\frac{5}{100} \cdot 160 = 8$ difettosi.

La seconda macchina produce 200 palloni in 8 ore di cui $\frac{10}{100} \cdot 200 = 20$ difettosi.

In totale avremo 28 palloni difettosi.

6. LE CUCITURE [90]

Una cucitura unisce due lati dei poligoni tra loro, quindi avremo $\frac{12 \cdot 5 + 20 \cdot 6}{2} = 90$ cuciture.

7. GIUSTO UN CALCOLETTO... [2400]

$(3+6+9+12+\dots+300) - (200+202+204+206+\dots+300) = 3(1+2+3+\dots+100) - 2(100+101+\dots+150) =$
 $= 3 \cdot \frac{100 \cdot 101}{2} - 2 \left(\frac{150 \cdot 151}{2} - \frac{99 \cdot 100}{2} \right) = 2400$.

8. QUADRATO E CUBO [4096]

Il numero cercato deve essere una potenza sesta, siccome 2^6 e 3^6 sono minori di 1000, la soluzione è $4^6 = 4096$.

9. UN FIORE SOLITARIO [6241]

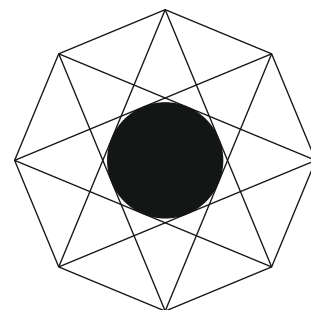
La somma delle quattro distanze è pari a due volte il lato.

$l = \frac{97+61}{2} = 79$ cm. L'area misura $A = 79^2 = 6241$ cm².

10. UN CERCHIO NELL'OTTAGONO [7850]

Il diametro del cerchio è esattamente il lato dell'ottagono, l'area cercata vale

$A = 50^2 \pi \cong 7850$ cm²



11. NUMERI SPECIALI [76]

Siccome $4+5+6=15$, la cifra 7 dovrà essere necessariamente la cifra delle decine del numero più grande. Sia x il numero più grande, y e $y+11$ gli altri due. La loro somma vale 171 e quindi

$x+2y=160$. Stimiamo il valore di y : $y = \frac{160-x}{2}$, siccome x deve essere pari e maggiore di 70, y

dovrà essere minore o uguale a 44. Con $x=42$ si ha $x+11=53$ e $y=76$ che verificano il problema.

12. IL CONVEGNO [18]

Siano m i matematici, f i fisici, c i chimici e b i biologi.

Sappiamo che $m + f + c + b = 30$, $f + b = \frac{m}{2}$ e $f + c = 2b$.

Riscriviamo la seconda relazione e sostituiamola nella prima: $m = 2f + 2b$ e quindi $3f + 3b + c = 30$.

Ricaviamo c dalla terza $c = 2b - f$ e sostituiamo: $5b + 2f = 30$. Ora f deve necessariamente essere un multiplo di 5 visto che gli altri termini dell'equazione lo sono, e non potendo essere 0 dalle ipotesi, dovrà essere 5, 10 o 15. Le ultime due ipotesi vengono subito scartate per il fatto che l'equazione $c = 2b - f$ darebbe risultato negativo.

Abbiamo $f = 5$, $b = 4$ e di conseguenza $c = 3$ e $m = 18$ (W i matematici ♥).

13. IL MIO LUCCHETTO [1025]

- (a) è multiplo di 410,
- (b) è pari,
- (c) è successivo ad una potenza di 2,
- (d) è multiplo di 5,
- (e) è divisibile per 41.

Se la (a) fosse vera, renderebbe vere anche la (b) la (d) e la (e), cosa che non può succedere. La (a) è Falsa. (b) e (c) non possono essere vere entrambe visto che il successivo di una potenza di 2 è un numero dispari. Questo vuol dire che (d) ed (e) sono vere. Ora se (b) fosse vera renderebbe vera pure la (a). Quindi (b) è Falsa e (c) è vera.

L'unico numero nella forma $2^n + 1$ che verifica le condizioni del problema è $2^{10} + 1 = 1025$.

14. I DUE PIOLI (1) [256]

Partendo dal disco più grande, il bambino ha sempre 2 possibilità: o lo mette nel piolo rosso o in quello verde. La risposta è $2^8 = 256$.

15. I DUE PIOLI (2) [6561]

Partendo dal disco più grande, il bambino ha sempre 3 possibilità: o lo mette nel piolo rosso o in quello verde o non lo mette. La risposta è $3^8 = 6561$.

16. MISURE AGRARIE [40]

La parte coltivata a foraggio è pari a $1 - \frac{2}{7} - \frac{3}{5} = \frac{4}{35}$.

Calcoliamo: $\frac{4}{35} \cdot 3,5 \text{ ettari} = \frac{4}{10} \text{ hm}^2 = \frac{4}{10} \cdot 100 \text{ dam}^2 = 40 \text{ are}$.

17. FUMETTI [25]

Se i Tex costano t e i Diabolik costano d il problema è descritto dalle due equazioni:

$19t + 20d = 1200 - 185$; $8t + 40d = 1200 + 80$, dove tutto è stato trasformato in centesimi di Euro.

Moltiplicando per 2 la prima equazione abbiamo $38t + 40d = 2030$ e sapendo, dalla seconda equazione che $40d = 1280 - 8t$ otteniamo $38t + 1280 - 8t = 2030$ da cui ricaviamo $30t = 750$, cioè $t = 25$ centesimi

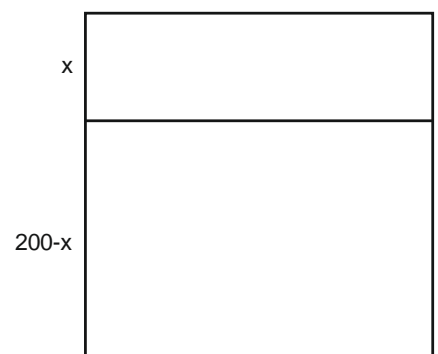
18. IL CAMPO [7]

Detta x la posizione del segmento, il perimetro del primo campo (quello in alto in figura) vale $400 + 2x$ e quello del secondo campo $800 - 2x$. Per decisione testamentaria, deve succedere che:

$400 + 2x + 300 = 800 - 2x$, cioè $4x = 100$ e quindi $x = 25$.

Il rapporto cercato è

$$\frac{A_{GRANDE}}{A_{PICCOLA}} = \frac{200 \cdot 175}{200 \cdot 25} = 7$$



19. TURISMO NELLA CAPITALE [375]

Siano s i turisti stranieri ed i gli italiani dell'anno precedente.

Quest'anno hanno visitato Roma $\frac{101}{100}s$ e $\frac{105}{100}i$. La somma dei due valori deve valere $\frac{102,5}{100}(s+i)$, quindi

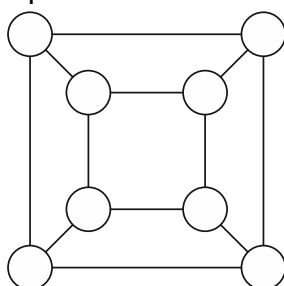
$$\frac{101}{100}s + \frac{105}{100}i = \frac{102,5}{100}(s+i) \text{ cioè } 2,5i = 1,5s \text{ che possiamo anche scrivere } i = \frac{3}{5}s.$$

$$\text{Vogliamo calcolare } \frac{i}{i+s} = \frac{\frac{3}{5}s}{\frac{3}{5}s + s} = \frac{\frac{3}{5}s}{\frac{8}{5}s} = \frac{3}{8}.$$

La risposta richiesta è $\frac{3}{8} \cdot 1000 = 375$.

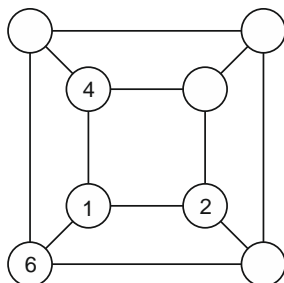
20. SONO TUTTI PRIMI [18]

Diamo una rappresentazione piana del cubo per comodità.



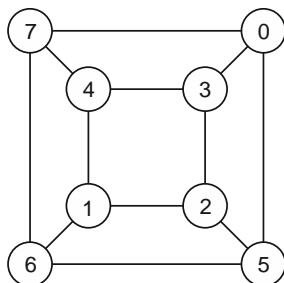
Ora tra i numeri che abbiamo, c'è il numero 1 che deve essere abbinato ad altri tre valori per dare 3 numeri primi.

Solo $1+2=3$, $1+4=5$ e $1+6=7$ verificano la condizione richiesta, quindi possiamo posizionarli in un modo qualsiasi a partire da un vertice:



Tra i numeri rimasti dobbiamo scegliere con quale valore riempire il vertice in contatto con 2 e 4. Solo il numero 3 ci permette di ottenere due numeri primi. A questo punto lo 0 deve essere messo a contatto con i tre numeri primi rimasti.

Lo schema si completa nel modo seguente:



La massima somma di una faccia è data da $7+6+4+1=18$.