



## GARA DI MATEMATICA A SQUADRE FEMMINILE IX FINALE NAZIONALE (9 maggio 2026)

### Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare un numero intero compreso tra 0 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale  $x$  è il più grande intero minore o uguale a  $x$ .
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera cioè, in ordine, da sinistra a destra, la cifra delle migliaia, seguita da quella delle centinaia, poi quella delle decine, infine le unità.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:



$$\sqrt{2} = 1,4142 \quad \sqrt{3} = 1,7321 \quad \sqrt{5} = 2,2361 \quad \sqrt{7} = 2,6458 \quad \pi = 3,1416$$

# DRAGON TRAINER



Gara scritta da:

**Carlo Càssola**

Liceo Scientifico "N. Copernico" di Udine

**Claudia Manotti**

IIS "B. Russell" di Guastalla

**Lorenzo Mazza**

UMI Commissione Olimpiadi  
Liceo Scientifico "Avogadro" di Roma

**Matteo Salicandro**

Studente Magistrale in Ingegneria Matematica  
Politecnico di Torino

**Michelangelo Sabatini**

Liceo Scientifico "Gandhi" di Narni

**Sandro Campigotto**

UMI Commissione Olimpiadi  
ISIS "Magrini-Marchetti" di Gemona del Friuli

**Santina De Monte**

ISIS "Magrini-Marchetti" di Gemona del Friuli

**Simona Pieri**

Convitto Nazionale "Principe di Napoli" di Assisi

**Simone Bertone**

ISIS "Copernico-Luxemburg" di Torino

Con il contributo di:

**Elena Barbina**

studentessa corso di laurea triennale in Matematica  
presso Università degli Studi di Udine

**Ugo Tomat**

Laureato in Matematica  
presso Università degli studi di Trieste



Questa è Berk. Così fuori dalle mappe che potrebbe anche non esistere. Il mio villaggio: in una parola... solido. Ed è qui da generazioni, ma ogni singola costruzione è nuova. L'aria è frizzante, l'acqua è pulita e del panorama non ci si può lamentare. L'unica nota negativa sono le infestazioni: in molti posti hanno topi o zanzare, noi abbiamo... **i draghi** !

Hiccup, Dragon Trainer

## 1. QUESTA È BERK

(Carlo Càssola)

L'isola di Berk può essere approssimata da un poligono regolare dove gli angoli interni hanno ampiezza pari a 719 volte quella degli angoli esterni. Quanti sono i lati del poligono?

## 2. HICCUP

(Simone Bertone)

Hiccup è il figlio di Stoick, il capo villaggio. Mentre il padre è una leggenda nella caccia dei draghi, Hiccup si è rivelato molto imbranato... anzi, quasi un pericolo per l'intera comunità. Durante una incursione di draghi il suo compito è di dare assistenza a Skaracchio, il fabbro. Per non farlo uscire dalla fucina, durante l'ultimo attacco Skaracchio ha impegnato Hiccup a scrivere sugli scudi numeri di 4 cifre. Se Hiccup ha scritto numeri a caso, quanti ne deve aver scritti, come minimo, per essere certo di avere usato almeno 2026 cifre uguali?

## 3. SOTTO ATTACCO

(Lorenzo Mazza)

Questa notte l'allarme è suonato e molti draghi hanno attaccato il villaggio. Uno stormo di Gronki, Bizippi e Incubi Orrendi ha preso di mira l'ovile del villaggio. Stoick è già sulla torre di difesa, mentre Hiccup è nell'angolo a calcolare tutti i valori di  $x$  che rendono  $2^{20} + 2^{14} + 2^x$  un quadrato di binomio del tipo  $(2^a + 2^b)^2$ . Skaracchio non si accorge che Hiccup ha fatto presto e così, armato della sua nuova invenzione esce dal retro per partecipare alla caccia. Che valori ha calcolato Hiccup? (Dai come risultato il prodotto di tutti i valori trovati.)

## 4. FURIA BUIA

(Sandro Campigotto)

Un colpo di tuono e la torre di guardia è distrutta. Dal villaggio si sente l'urlo di paura "FURIA BUIA" che annuncia la presenza nello stormo di un drago leggendario che nessuno è mai riuscito né a vedere né a cacciare. Hiccup è già appostato sul retro della bottega del fabbro con la sua spara-bolas automatica. Ha appena calcolato quanti sono i numeri di 3 cifre in cui la cifra delle decine è più grande sia di quella delle unità che di quella delle centinaia, quando vede un'ombra tra le stelle. Chiude gli occhi e attiva l'arma. Subito dopo vede l'ombra precipitare dietro la collina. È il primo vichingo a colpire una Furia Buia. Peccato che nessuno lo abbia visto. Che numero stava calcolando Hiccup?

## 5. A CACCIA DELLA FURIA BUIA

(Santina de Monte)

Hiccup è certo di quello che ha visto. Il drago, colpito, è precipitato. Sul suo taccuino traccia la zona della battaglia rappresentando il tutto mediante un trapezio isoscele  $ABCD$  di basi  $AB = 3,6$  km e  $DC = 7,2$  km. Berk si trova in  $A$ . In  $C$  è stato colpito il drago, che è caduto in un punto  $E$  seguendo la traiettoria rettilinea  $EC$ , perpendicolare ad  $AE$ , e lunga quanto  $BC$ . Hiccup sa che deve percorrere la distanza  $AE$  per trovare le prove della sua impresa. Quanto vale la distanza  $AE$  in metri?

## 6. UN INCONTRO DECISIVO

(Simona Pieri)

Dopo aver camminato nel bosco, in una depressione, Hiccup trova la Furia Buia intrappolata dalle sue bolas. Alza il coltello pronto a sferrare il colpo decisivo sotto lo sguardo indifeso del drago. Qualcosa lo ferma. Per trovare la forza e la determinazione immagina di scrivere i numeri da 1 a 10 in ordine casuale e si calcola qual è la probabilità che, in nessun momento durante la scrittura, la somma dei numeri già scritti sia divisibile per 3. Ma Hiccup non riesce comunque a finire il drago e decide di ridargli la libertà tagliando le funi che lo stanno intrappolando. Qual è la probabilità calcolata da Hiccup? (Dai come risposta la somma del numeratore e del denominatore della probabilità scritta in frazione irriducibile.)

## 7. IL CIMENTO DELLA FIAMMA

(Matteo Salicandro)

Rientrato a Berk, Hiccup scopre che lui e i gli altri giovani del villaggio sono stati iscritti al Cimento della Fiamma, un addestramento vichingo in cui il migliore verrà nominato Sterminatore e potrà uccidere un drago nell'arena davanti a tutti. Hiccup non vorrebbe partecipare ma il padre non sente ragioni. Astrid, Moccicoso, Gambipedesce, Testaditufo e Testabruta sono tutti nell'Arena quando Skaracchio libera un Gronkio. Astrid mostra subito tutto il suo valore. Hiccup si nasconde e per la paura si mette a calcolare il più piccolo grado possibile per un polinomio  $p(x)$  i cui coefficienti possono essere solo 2, 0 o 6 tale che  $p(-1) = 2026$ . Inutile dire che se non fosse intervenuto Skaracchio, Hiccup sarebbe morto. Qual è il grado del polinomio?

## 8. RIPARARE LA CODA

(Michelangelo Sabatini)

Hiccup, intanto, studia la sua Furia Buia che ha simpaticamente chiamato Sdentato dopo aver scoperto che il drago ha i denti retrattili osservando come ha mangiato un pesce che gli aveva offerto come pranzo. Guardando bene la coda di Sdentato ha notato che una delle bolas deve avergli tranciato una parte del timone e così ha deciso di provare a costruirgli una protesi. Sul suo quaderno abbozza un progetto a forma di triangolo  $ABC$ . Fissa un punto  $D$  su  $AB$  ed un punto  $E$  su  $BC$  in modo che i segmenti  $AE$  e  $CD$  si intersechino nel punto  $O$ . Se le aree dei triangoli  $COE$ ,  $AOC$  e  $ADO$  sono rispettivamente 150, 300 e 450  $\text{cm}^2$ , Hiccup deve calcolare quanto deve valere l'area del quadrilatero  $ODBE$  in  $\text{cm}^2$ . Nulla di più facile per uno abituato a fare conti. Che valore ha trovato?



## 9. A CACCIA DEL NIDO

(Simone Bertone)

Stoick parte con numerosi guerrieri alla ricerca del nido dei draghi per porre fine alle invasioni. Sono sette generazioni che periodicamente il villaggio organizza una spedizione per trovare il nido. Con tre navi si avventura al di là della grande barriera di nebbia ma subito uno stormo di draghi li attacca. Una nave viene subito affondata. La nave di Stoick subisce gravi danni, tanto che il timoniere è costretto a calcolare la rotta senza la bussola, danneggiata dall'attacco. Bisogna calcolare  $p(-11)$  sapendo solamente che  $p(x)$  è un polinomio a coefficienti interi di terzo grado e che  $p(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$ . Quale valore permetterà a Stoick di ritornare a casa?

## 10. IL BIZIPPO

(Lorenzo Mazza)

Oggi nell'arena: lezione contro l'Orripilante Bizippo! Questo ha un metodo di soffiare fuoco unico nel mondo dei draghi: ha infatti due teste completamente indipendenti, ognuna con una propria mente e personalità, una produce un gas nocivo e altamente infiammabile, la seconda genera scintille, creando insieme esplosioni letali. Mentre Skaracchio sta cercando di calcolare senza successo il più grande valore di  $n$  per cui  $1+2+3+\dots+n$  è divisibile per  $n+5$ , i giovani vichinghi litigano rischiando la vita contro il drago a due teste. Hiccup ha un asso nella manica, o meglio, ha nascosto un'anguilla sotto alla giacca. Ha scoperto che i draghi non ne sopportano l'odore... e così riesce, con grande sorpresa di tutti, a vincere sull'Orripilante Bizippo. Qual è il valore di  $n$  che risolve il problema di Skaracchio?

## 11. A SELLA DI DRAGO

(Matteo Salicandro)

Dopo aver fissato il nuovo timone alla coda di Sdentato, Hiccup costruisce una sella dove collega la protesi ad un pedale. Se risolve l'ultimo calcolo è fatta. Quanto vale  $(1+0+0-0)+(1+0+0-1)+(1+0+0-2)+\dots+(2+0+2-5)+(2+0+2-6)$  (la somma delle cifre delle migliaia centinaia e decine diminuita della cifra delle unità di tutti i numeri tra 1000 e 2026)? Inutile dire che in un attimo i due sono in volo... e seppur con qualche difficoltà iniziale imparano a volare assieme.

## 12. CONOSCERE I DRAGHI

(Claudia Manotti)

Hiccup diventa abile ad addomesticare i draghi custoditi per la formazione dei giovani vichinghi anche se con i suoi modi poco ortodossi. Il Gronkio ad esempio viene fermato grazie all'allergia dei draghi verso una particolare pianta, mentre l'Uncinato Mortale si rivela particolarmente sensibile ai grattini sotto al mento. Il Terribile Terrore, uno dei più piccoli draghi esistenti, si diverte molto a seguire i raggi di luce. L'Arena è un cerchio perfetto rivestito di metallo riflettente. Hiccup si posiziona esattamente sopra alla tana del Terribile Terrore che sta sul bordo e sfruttando lo scudo manda un raggio di luce che forma un angolo di esattamente  $5^\circ$  con il diametro dell'arena. Il drago segue il raggio dopo aver sbattuto molte volte sul contorno dell'arena fino a rientrare nella tana. Quante volte ha sbattuto il povero drago seguendo il raggio di luce prima di rientrare nella tana?

## 13. UN GIRO SUL DRAGO

(Michelangelo Sabatini)

L'abilità con i draghi di Hiccup stupisce in positivo tutti i vichinghi del villaggio che prima lo emarginavano per la sua gracilità e goffaggine. Astrid, invidiosa e insospettata dall'improvviso miglioramento di Hiccup, decide di seguirlo di nascosto. e lo coglie di sorpresa mentre si allena con Sdentato. Hiccup, per convincere Astrid, la prende in sella e la porta a fare il giro dell'isola di Berk. Sdentato fa il primo giro viaggiando per metà del tempo a 20 km/h e il resto a 26 km/h, mentre nel secondo giro procede a 20 km/h nella prima metà del percorso e a 26 km/h nella seconda parte. Quanto vale il rapporto tra il tempo impiegato nel primo giro e il tempo impiegato nel secondo? (Dai come risposta la somma del numeratore e del denominatore della frazione semplificata.)

## 14. MORTE ROSSA

(Michelangelo Sabatini)

Fatta la pace con Astrid, mentre in volo entrano in una nuvola sono circondati da altri draghi che trasportano cibo. Sdentato è costretto a seguirli e così i due arrivano per caso al Nido dei Draghi, dove scoprono che tutto il cibo rubato al villaggio viene usato per nutrire un gigantesco drago chiamato Morte Rossa. Riusciti a scappare Astrid memorizza la posizione del Nido. Immaginando la zona di mare come un quadrato  $ABCD$ , sia  $E$  il punto medio del lato  $CD$ . Siano  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  rispettivamente le circonferenze di centro  $E$  passante per  $D$  e di centro  $B$  passante per  $C$ . Sia  $N$  l'intersezione, diversa da  $C$ , tra  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ . Astrid stima che la distanza di  $N$  da  $AD$  misura 48 km Quanto vale la distanza in km tra Berk ( $B$ ) e il Nido ( $N$ ) in linea d'aria?

## 15. IL GIORNO DELLO STERMINATORE

(Lorenzo Mazza)

Dopo un discorso di benvenuto Stoick invita nell'area suo figlio Hiccup, nuovo Sterminatore del villaggio. Ora dovrà uccidere un drago. Hiccup si trova di fronte un Incubo Orrendo che subito si copre di fiamme. Hiccup abbandona il suo scudo e la sua arma e comincia a calmare il drago elencando tutte le frazioni irriducibili della forma  $\frac{n}{100}$  con  $1 \leq n \leq 99$ . Il drago si calma e si lascia

avvicinare. "Non sono come pensiamo noi. Non dobbiamo ucciderli!", grida alla folla, avanzando per toccare il muso del drago. Stoick arrabbiato sbatte la sua ascia sulla balausta urlando "Fermate il combattimento!" Il drago si spaventa e attacca. Quanto vale la somma di tutte le frazioni elencate da Hiccup?



## 16. IN AIUTO DI HICCUP

(Matteo Salicandro)

Avendo avvertito che l'amico si trova in pericolo, Sdentato accorre nell'arena, protegge Hiccup dal drago e lo salva. Purtroppo nel caos più totale viene imprigionato dai vichinghi. A nulla serve che Hiccup trovi tutte le coppie  $(a, b)$  di numeri interi positivi tali che  $a^2 + 2b = a + 4b^2 + 2026$ , problema che Stoick non era riuscito a risolvere. (Dare come risposta la somma dei valori  $a + b$  di tutte le coppie trovate.)

## 17. IL NIDO

(Simona Pieri)

Con Sdentato chiuso in una gabbia sulla prua della nave di Stoick, osservando le reazioni del drago nella nebbia, i vichinghi arrivano all'isola-nido dei draghi. La sommità della collina davanti a loro è una piramide retta che ha come base un esagono regolare di lato 14 m e spigolo laterale uguale a 25 m. Stoick ordina di colpirla con le catapulte. La piramide si rompe lungo un piano parallelo ad una delle facce laterali della piramide e passante per il centro della base, lasciando un'apertura a forma di quadrilatero da cui escono migliaia di draghi che però scappano senza combattere. All'improvviso, dall'apertura, appare la Morte Rossa, che non lascia vie di fuga ai guerrieri. Quanti  $m^2$  misura l'area del quadrilatero che ha permesso ai draghi di fuggire? (si trascurino gli spessori delle rocce)

## 18. TUTTI IN GROPPA A UN DRAGO

(Santina de Monte)

Hiccup non ci sta e convince Astrid e gli altri ragazzi a correre in aiuto a Sdentato. Spiega loro che cavalcare un drago è facile come calcolare il massimo valore di  $b$  quando  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ ,  $g(x) = x^3 + mx^2 + nx + p$  (entrambi a coefficienti reali), le radici di  $g(x)$  sono i quadrati delle radici di  $f(x)$  e  $g(-1) = -5$ . I ragazzi non capiscono il paragone, ma credono nel cuore di Hiccup. Imparano subito a conoscere i draghi che fino a poco tempo prima avevano combattuto nell'arena e, cavalcandoli, corrono in aiuto a Sdentato. A quale valore di  $b$  si riferiva Hiccup? (Dai la soluzione moltiplicata per 1000.)

## 19. IL COLPO DECISIVO

(Simona Pieri)

Giunti al nido, scoprono che la battaglia infuria e Morte Rossa è invincibile. La nave dove è tenuto prigioniero Sdentato affonda e Hiccup si getta per salvarlo rischiando la vita. È suo padre Stoick che prima salva Hiccup e poi si rituffa per liberare Sdentato. Pur nella bolgia della battaglia Stoick si scusa per tutto ciò che ha detto e fatto. Hiccup e Sdentato si buttano nella battaglia attirando la Morte Rossa su di loro. Dopo una battaglia aerea Sdentato si trova nel punto  $B$  e Morte Rossa nel punto  $C$  di un quadrilatero convesso  $ABCD$  dove  $\hat{A}BC = \hat{C}DA = 45^\circ$ ,  $AC \perp CD$ ,  $AB = 100$  m,  $BD = 260$  m. In quel momento la protesi artificiale di Sdentato prende fuoco a causa dei colpi lanciati dal gigantesco drago. Prima che possano precipitare, Sdentato, con i suoi colpi al plasma sotto la guida di Hiccup, colpisce la bocca della Morte Rossa, dando fuoco al gas contenuto all'interno e facendolo esplodere. Quanto vale la distanza  $BC$  percorsa dal colpo al plasma che ha ucciso la Morte Rossa?

## 20. UN LIETO FINE

(Simona Pieri)

Cadendo Hiccup finisce nelle fiamme dell'esplosione. Sdentato si tuffa anche lui tra le fiamme. Quando il fuoco si spegne, Stoick è convinto di aver perso suo figlio, ma non è così. Il drago è riuscito a salvare Hiccup, avvolgendolo nelle sue ali. Stoick, ringraziando il drago, si impegna a calcolare per gli Dei il resto della divisione di  $\frac{18!}{3!}$  per  $1 + 2 + 3 + \dots + 18$ . Che risultato troverà quando porterà a termine il suo voto?

## 21. QUESTA È LA NUOVA BERK

(Sandro Campigotto)

Qualche giorno più tardi, Hiccup si risveglia e scopre di aver perso la gamba sinistra dal ginocchio in giù nel combattimento, sostituita da una protesi. Scopre anche che la guerra tra vichinghi e draghi è giunta al termine, e che questi ultimi sono divenuti abitanti del villaggio. "Pensa" - dice Stoick abbracciando suo figlio - "sono venuti a vivere a Berk tanti Draghi quanti i numeri di 5 cifre, tutte diverse, in cui la cifra delle migliaia è più grande sia di quella delle decine di migliaia che di quella delle centinaia e la cifra delle decine è più grande sia di quella delle unità che di quella delle centinaia". Quanti draghi vivono ora a Berk?

Questa è Berk. Bisogna essere pazzi per venire qui, e ancora più pazzi per restarci. Non è adatta ai deboli di cuore. Le cose da mangiare che crescono qui sono dure e insipide; le persone che crescono qui lo sono ancora di più. L'unica nota positiva sono gli animali da compagnia. In molti posti hanno pony o cuccioli, noi abbiamo...

