

**GARA DI MATEMATICA ON-LINE (2/12/2024)**  
**SOLUZIONI**

**1. LE ORIGINI [9]**

Eseguiamo i calcoli dopo aver risolto le potenze, ricordando che una potenza pari è sempre positiva:

$$2^3 - \frac{1}{(-1)^2 + \frac{1}{(-1)^3}} = 8 - \frac{1}{1 + \frac{-1}{1 + \frac{-1}{1 + \frac{1}{1}}}} = 8 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - 2}}}}} = 8 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 8 + 1 = 9.$$

**2. LA FINE DEL T-REX [21]**

Usando solo la cifra "5" abbiamo 5,50 e 500;  
usando le cifre "1" e "4" ci sono 14, 41, 104, 140, 401,410;  
usando le cifre "2" e "3" ci sono 23, 32, 203, 230, 302,320;  
usando le cifre "1", "1" e "3" ci sono 113, 131, 311  
infine, usando le cifre "1", "2" e "2" ci sono 122, 212, 221.  
In totale 21 numeri.

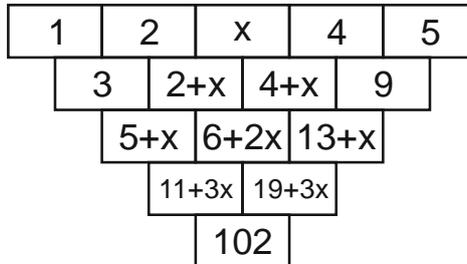
**3. L'UOMO DELLE CAVERNE [576]**

Dopo aver eliminato le potenze con base 1, risolviamo le potenze negative scrivendone il reciproco, quindi procediamo semplificando:

$$\frac{1^{-1} \cdot 1^2 \cdot 2^{-3} \cdot 2^4 \cdot 3^{-5} \cdot 3^6 \cdot 4^{-7} \cdot 4^8}{1^1 \cdot 1^{-2} \cdot 2^3 \cdot 2^{-4} \cdot 3^5 \cdot 3^{-6} \cdot 4^7 \cdot 4^{-8}} = \frac{1}{2^3} \cdot 2^4 \cdot \frac{1}{3^5} \cdot 3^6 \cdot \frac{1}{4^7} \cdot 4^8 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{2^3 \cdot \frac{1}{2^4} \cdot 3^5 \cdot \frac{1}{3^6} \cdot 4^7 \cdot \frac{1}{4^8}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 576.$$

**4. IL FARAONE [12]**

Eseguiamo i calcoli anche se c'è l'incognita:

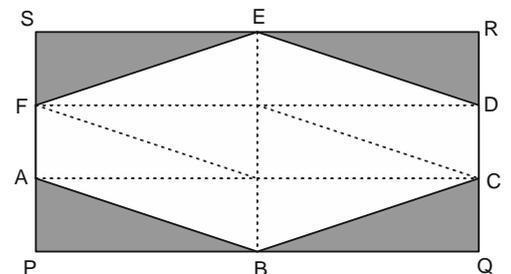


Quindi  $30 + 6x = 102$  equazione che diventa  $6x = 72$  cioè  $x = 12$ .

**5. LA FINE DI DRACULA [1500]**

Dividendo la figura in triangoli equivalenti, si osserva che il rettangolo è formato da 12 triangoli, il rapporto tra l'area del rettangolo e quella dell'esagono è  $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ .

Il risultato richiesto è  $\frac{3}{2} \cdot 1000 = 1500$ .



## 6. NAPOLEONE [558]

Sappiamo che ci sono 93 galline. Ci restano da contare i conigli ( $c$ ) e le oche ( $o$ ). Dal testo possiamo ricavare le seguenti equazioni:  $c = \frac{1}{3}(c+o+93)$ ;  $93 = \frac{1}{4}(o+93)$ . Dalla seconda possiamo ottenere il numero delle oche:  $o = 279$ . La prima equazione ci permette di determinare il numero dei conigli:

$$c = \frac{1}{3}(c+279+93)$$

$$3c = c+372$$

$$c = 186.$$

In totale abbiamo  $186+279+93=558$  animali.

## 7. IN ESILIO [4464]

Il numero cercato deve essere divisibile per 4 e per 6. Per il criterio di divisibilità per 4 il numero dovrà terminare con "44" o con "64". Per renderlo multiplo di 6 ci basterà fare in modo di avere un multiplo di 3. Per il criterio di divisibilità per 3, la somma delle cifre dovrà essere multiplo di 3.

Per il caso "44" dobbiamo aggiungere almeno un 4 e un 6 per soddisfare le richieste del problema. Il numero sarebbe 4644. Per il caso "64" ci basta aggiungere due 4 ottenendo 4464 che è il più piccolo possibile.

## 8. EXPO-CATTIVI [3]

Dovrà vincere  $x$  partite in modo che  $\frac{9+x}{15+5} = \frac{60}{100}$  cioè  $\frac{9+x}{20} = \frac{3}{5}$  e quindi  $9+x=12$  che ci porta a determinare  $x=3$ .

## 9. SCARLETT STERMINATOR [620]

Scriviamo i primi elementi:

13-21-29-37-45-53-61-69-77-85...

Osserviamo che la cifra delle unità si ripete sempre nella sequenza 3-1-9-7-5.

Ogni 5 numeri avremo come somma 25.

Dobbiamo determinare chi sarà l'ultimo numero scritto e quanti numeri abbiamo in totale:

$(1000-13):8=123$  con qualche resto.

Avremo quindi 124 numeri scritti e l'ultimo è  $13+8\cdot 123=997$ .

La somma delle cifre delle unità è quindi  $\frac{120}{5}\cdot 25+7+9+1+3=620$ .

## 10. GARE DI ATLETICA [36]

La classifica dei primi tre può essere fatta in 6 modi diversi ( $ABC$ ,  $ACB$ ,  $BAC$ ,  $BCA$ ,  $CAB$  e  $CBA$ ), così come la classifica dal quarto al sesto. Abbiamo in tutto  $6\cdot 6=36$  classifiche possibili.

## 11. LA MISSIONE [481]

Siccome  $\frac{4}{100}\cdot 500=20$ , i restanti 480 non andranno a Londra. Se i Minions sono sfortunati, chiederanno il passaggio proprio a questi ultimi. Dovranno arrivare al 481-esimo per essere certi di avere il passaggio desiderato.

## 12. LA CORONA [1]

La frazione  $\frac{2}{13}=0,\overline{153846}$  scritta in decimali, ha un periodo di lunghezza 6. Siccome 2022 è un multiplo di 6, la cifra richiesta è la prima del periodo e quindi "1".

### 13. LA GRANDE FUGA [13]

Rappresentiamo i dati in tabella: dalle prime informazioni possiamo escludere:

	rosso	verde	nero	blu
A	X		X	
B		X		X
C	X			X
D				

Affinché l'affermazione "Se D scambiasse il suo cappello con A, le affermazioni precedenti sarebbero ancora tutte vere" sia vera, D deve avere gli stessi vincoli conosciuti per A e quindi non può avere né un cappello rosso, né uno nero.

	rosso	verde	nero	blu
A	X		X	
B		X		X
C	X			X
D	X		X	

Così B dovrà avere un cappello rosso e di conseguenza C nero.

	rosso	verde	nero	blu
A	X		X	
B	O	X	X	X
C	X	X	O	X
D	X		X	

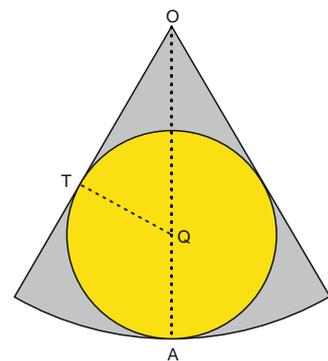
Per A e D non abbiamo informazioni sufficienti.

La risposta richiesta è 13

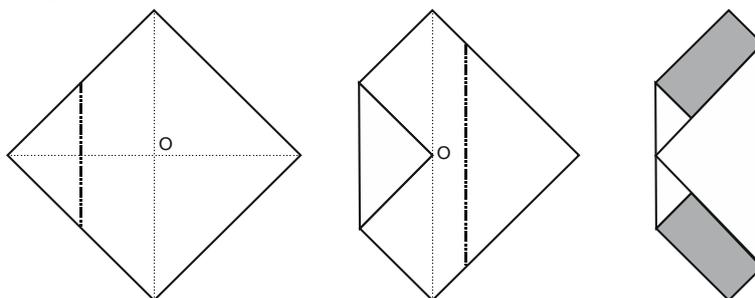
### 14. EXCALIBUR [9]

Riferendoci alla figura a lato: tracciando il raggio  $OA$  della circonferenza più grande passante per il centro  $Q$  della circonferenza piccola e tracciando il raggio  $QT$  dove  $T$  è il punto di tangenza, nasce il triangolo  $OTQ$  che è un triangolo  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  e di conseguenza  $OQ = 2QT$  e quindi il raggio della circonferenza grande è tre volte il raggio della circonferenza piccola.

Il rapporto tra le due aree è  $3^2 = 9$ .



### 15. REGINA SCARLETT [64]



Osservando bene come avviene la piega si nota che i lati dei due rettangoli sono pari alla metà del lato del quadrato (il lato più lungo) e  $\frac{1}{4}$  del lato del quadrato (il lato più corto).

La somma delle due aree è  $2 \cdot \frac{16}{2} \cdot \frac{16}{4} = 64 \text{ cm}^2$

### 16. TORTURE [41]

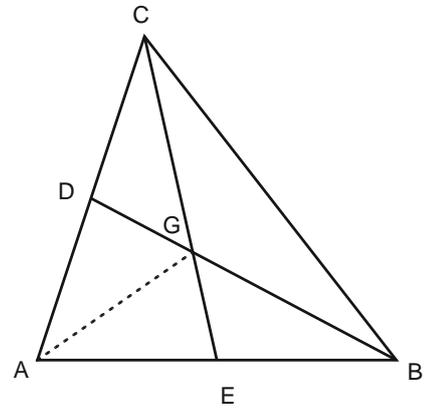
Stiamo cercando un numero  $\overline{ab}$  tale che  $a+b$  sia un numero primo,  $a \cdot b = p^2$ . Ora quest'ultima informazione ci dice che non può essere  $a=b=p$  e quindi dovrà essere necessariamente  $a=p^2$  e  $b=1$ . Gli unici casi sono  $a=2^2$  o  $a=3^2$ . Siccome  $9+1=10$  non è primo, l'unica soluzione possibile è  $\overline{ab} = 41$ .

### 17. L'INCORONAZIONE [56]

Siccome  $G$  è il baricentro del triangolo e le parti delle mediane stanno tra

loro come  $1:2$ ,  $A_{AGB} = \frac{1}{3} A_{ABC} = 112 \text{ m}^2$ .

Siccome  $A_{AGE} = A_{BGE} = \frac{1}{2} A_{AGB} = 56 \text{ m}^2$



### 18. MAXI MINION [6]

Cerchiamo un numero  $x$  tale che  $x^2 = \frac{600}{100}x$  cioè  $x^2 = 6x$  e quindi  $x = 6$ .

### 19. TUTTI SALVI [21]

A dicembre abbiamo 16 giorni dispari e di questi solo 5 cadono sotto il segno del Capricorno.

La probabilità è  $\frac{5}{16}$  e la risposta richiesta è  $5+16=22$ .

### 20. IL NUOVO CAPO [36]

Cerchiamo due numeri  $x < y$  tali che  $x + y = 84$  e  $8x = 6y$ , cioè  $x = \frac{3}{4}y$  e quindi sostituendo nella prima

equazione otteniamo  $\frac{3}{4}y + y = 84$ , che diventa  $\frac{7}{4}y = 84$  che risolta porta a determinare  $y = 48$  e  $x = 36$ .