

GARA DI MATEMATICA A SQUADRE
(12/10/2026)

1. STRETTE DI MANO [24]

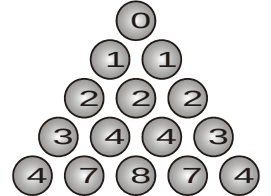
Il numero di strette di mano degli x invitati, prima che arrivi il relatore, è dato da $\frac{x(x-1)}{2}$ in quanto ciascuno stringe la mano a tutti gli altri. Le strette di mano del relatore siano state k ($k < x$). L'equazione da risolvere è: $\frac{x(x-1)}{2} + k = 520$. La soluzione la si ottiene per tentativi successivi, senza dover necessariamente affrontare l'equazione di secondo grado. La soluzione è $x = 32$ e il numero di strette di mano del relatore 24.

2. PALLINE DI NATALE [8190]

Sia $S(n)$ la somma dei valori della riga n . La riga n -esima è ottenuta sommando i valori della riga precedente più le due unità necessarie per aumentare il primo e l'ultimo valore:

$$S(n) = 2S(n-1) + 2.$$

Partendo da $S(0) = 0$ possiamo risolvere la ricorsione o calcolare direttamente il valore richiesto: $S(n) = 2^{n+1} - 2$. $S(12) = 8190$.



3. CARNEVALE 19XX [3851]

L'anno è il 1937, il nonno è nato nel 1849 il protagonista ha 42 anni e i suoi figli 11, 8 e 4. La risposta al quesito è 3851

1	2	3	4
1	8	4	9
3	7	2	9
3	6	4	4
9	1	3	6

4. COMPLEANNI [127]

Le età sono 12, 48 e 67 (6 cifre diverse). Il prossimo anno e così pure il seguente saranno ancora 6 cifre diverse (13,49,68 e 14,50,69); a questo punto tutte le cifre sono state utilizzate. L'anno successivo (15/51/70) servono due set di candeline perché si ripetono l'1 il 5. La soluzione è 127.

5. IL REGALO [432]

Chiamando x lo spigolo di base e y l'altezza, il problema può essere scritto: $x^2y = 2x^2 + 4xy$, semplificando per x $xy = 2x + 4y$. Mettendo in evidenza y otteniamo

$$y = \frac{2x}{x-4} = \frac{2x-8+8}{x-4} = 2 + \frac{8}{x-4}$$

Ora $x-4$ deve dividere 8, quindi abbiamo solo 4 possibilità:

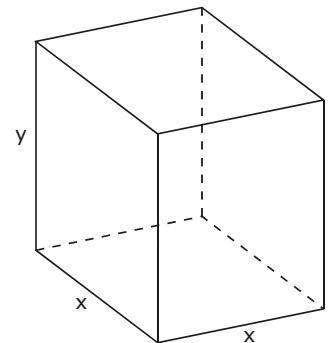
$$x-4=1 \rightarrow x=5 \rightarrow y=10 \rightarrow V=250$$

$$x-4=2 \rightarrow x=6 \rightarrow y=6 \rightarrow V=216$$

$$x-4=4 \rightarrow x=8 \rightarrow y=4 \rightarrow V=256$$

$$x-4=8 \rightarrow x=12 \rightarrow y=3 \rightarrow V=432$$

L'ultimo caso è la soluzione del problema



6. CATTURIAMO ZENO KOSENO [502]

Fattorizzando l'equazione si ottiene: $x(x+1) = y(y+1)(y^2+1)$

i due numeri a sinistra dell'uguaglianza sono successivi, quindi sono primi tra loro, questo implica due dei tre fattori a destra dell'uguaglianza devono dare uno dei due fattori a sinistra. valutiamo tutti i possibili casi:

$$1) x = y \rightarrow y^2 + 1 = 1 \rightarrow y = 0 \text{ non accettabile}$$

$$2) x = y+1 \rightarrow (y+1)(y+2) = y(y+1)(y^2+1) \rightarrow y^3 = 2 \text{ non accettabile;}$$

$$3) x = y^2 + 1 \rightarrow (y^2+1)(y^2+2) = y(y+1)(y^2+1) \rightarrow y = 2 \text{ e quindi } x = 5 \text{ LA SOLUZIONE;}$$

$$4) x = y(y+1) \rightarrow y(y+1)(y^2+y+1) = y(y+1)(y^2+1) \rightarrow y = 0 \text{ non accettabile;}$$

$$5) x = y(y^2+1) \rightarrow y(y^2+1)(y^3+y+1) = y(y+1)(y^2+1) \rightarrow y = 0 \text{ non accettabile;}$$

$$6) x = (y+1)(y^2+1) \rightarrow x+1 = y \rightarrow y^3 + y^2 + 2 = 0 \text{ che non ha soluzioni intere.}$$

La soluzione è 502

7. TEST DI INGRESSO [74]

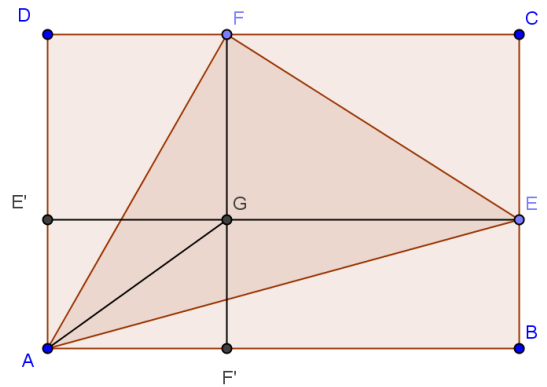
Possiamo affrontare il problema sia per via geometrica che per via algebrica.

Geometrica

Disegniamo i segmenti EE' e FF' paralleli ai lati del rettangolo e sia G il loro punto di intersezione. Allora

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{AFGE'} + S_{BEGF'} + S_{CFGE} + S_{DE'GF} \\ &= S_{AFGE'} + 2(S_{GAE} + S_{GEF} + S_{GFA}) \\ &= S_{AFGE'} + 2S_{AEF} \\ &= 4 \cdot 6 + 2 \cdot 25 = 74 \end{aligned}$$

Perché $S_{GAE} = S_{GF'E}$ e $S_{FE'G} = S_{FAG}$ sono triangoli con la stessa base e la stessa altezza



Algebrica

Sia $AB = x$ e $AD = y$

L'area di AEF la possiamo trovare per differenza: $S_{AEF} = S_{ABCD} - S_{DFA} - S_{ABE} - S_{FCE}$

Quindi

$$25 = xy - \frac{6y}{2} - \frac{4x}{2} - \frac{(x-6)(y-4)}{2}$$

Che sviluppato da

$$25 = xy - 3y - 2x - \frac{xy - 4x - 6y + 24}{2}$$

$$50 = 2xy - 6y - 4x - xy + 4x + 6y - 24$$

$$xy = 74 \text{ che è proprio l'area cercata.}$$

8. GIOCHI D'OSTERIA [37]

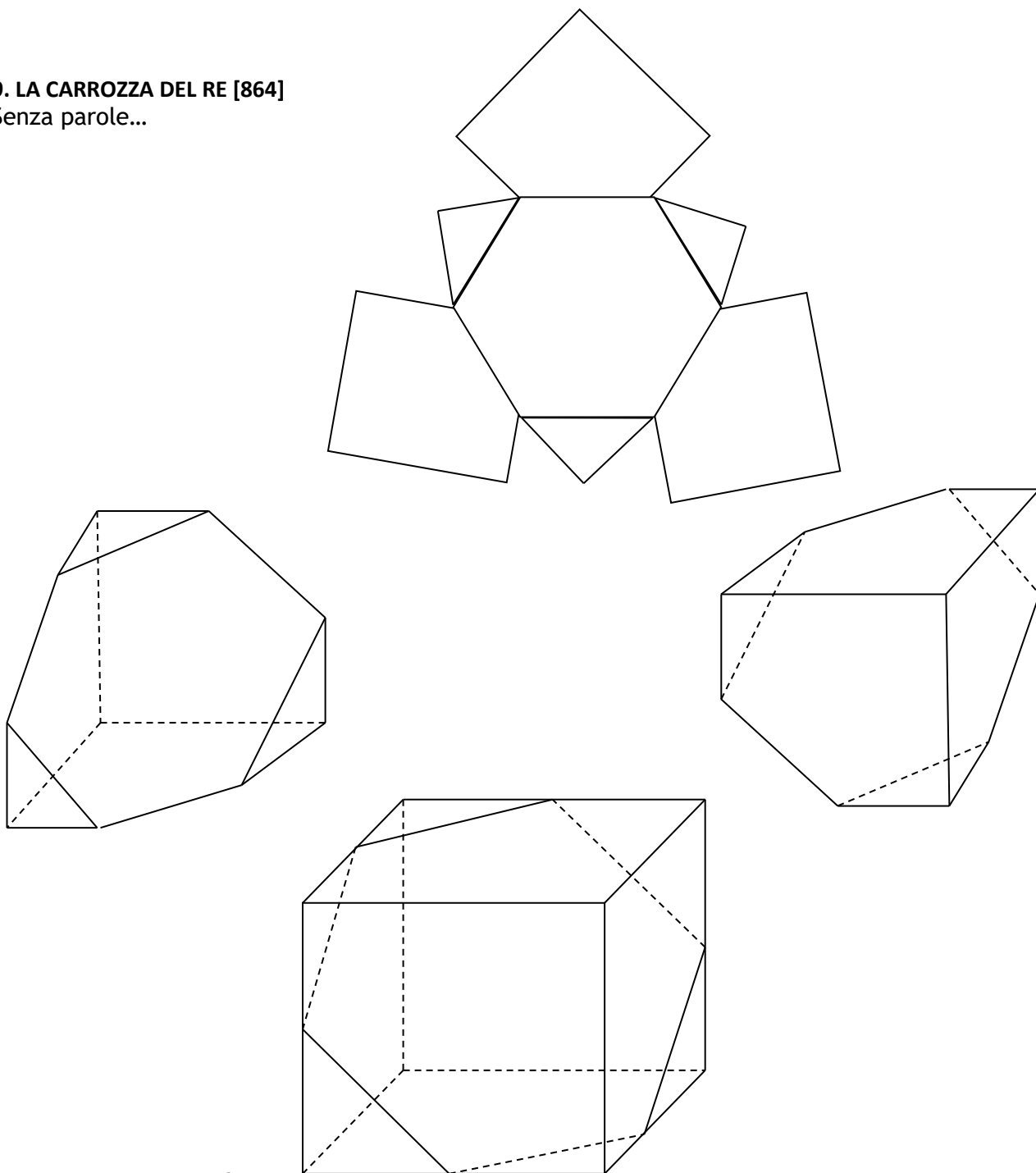
Eliminando il caso di uscita dello stesso valore, rimangono i seguenti casi:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
2	V	X	V		V		V		V		V	
3	V	V	X	V	V		V	V		V	V	
4	V		V	X	V		V		V		V	
5	V	V	V	V	X	V	V	V	V		V	V
6	V				V	X	V				V	
7	V	V	V	V	V	V	X	V	V	V	V	V
8	V		V		V		V	X	V		V	
9	V	V		V	V		V	V	X	V	V	
10	V		V				V		V	X	V	
11	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	X	V
12	V				V		V				V	X

$$p = \frac{45 \cdot 2}{11 \cdot 12} = \frac{15}{22}$$

9. LA CARROZZA DEL RE [864]

Senza parole...



La soluzione è $V = \frac{12^3}{2} \text{ cm}^3 = 864 \text{ cm}^3$

10. TUTTI INSIEME... APPASSIONATAMENTE [90]

Indichiamo con P, M, A, B, C (papà, mamma, Alberto, Beatrice, Camillo) i cinque membri della famiglia in ordine di anzianità.

Osserviamo per prima cosa che P deve sempre sedersi sul divano, non potendosi sedere sul braccio di nessuno.

Se si siedono PMA sul divano, abbiamo $3 \cdot 2$ modi in cui essi possono sedersi: B e C possono scegliere tra $3 \cdot 2$ modi, essendo i più giovani. Abbiamo in tal caso $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ possibili modi.

Analogamente:

se si siedono PMB sul divano, abbiamo $3 \cdot 2$ modi in cui essi possono sedersi. A, essendo più anziano di B, può scegliere tra due posti e C di conseguenza tra i rimanenti 2; quindi A e C possono scegliere tra $2 \cdot 2$ modi. Abbiamo in tal caso $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ possibili modi.

se si siedono PMC sul divano, abbiamo $3 \cdot 2$ modi in cui essi possono sedersi: A e B possono sedersi solo su P e M, ovvero scegliendo tra 2 modi. Abbiamo in tal caso $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ possibili modi.

se si siedono PAB sul divano, abbiamo $3 \cdot 2$ modi in cui essi possono sedersi: M può sedersi solo su P mentre C può scegliere tra 2 modi. Abbiamo in tal caso $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ possibili modi.

se si siedono PAC sul divano, abbiamo $3 \cdot 2$ modi in cui essi possono sedersi: M può nuovamente sedersi solo su P mentre B può sedersi solo su A. Abbiamo in tal caso $3 \cdot 2 = 6$ possibili modi.

In totale si hanno $36 + 24 + 12 + 12 + 6 = 90$ modi in cui la famiglia Natalizi si può disporre.

11. SLED DOG [630]

La risposta è $5 \cdot C_{9,4}$. Scelte 4 renne a caso tra le 9 disponibili le si mette in senso crescente di potenza magica, diciamo 1-2-3-4, e si determina per tentativi che ci sono 5 modi di arrangiare i 4 numeri in modo da soddisfare le condizioni richieste: 3-2-4-1, 4-2-3-1, 2-1-4-3, 3-1-4-2, 4-1-3-2.

12. I PIANI DELLA MORTE NERA [42]

Sia l il lato del quadrato e sia x mezza diagonale del quadrato grigio, di cui dobbiamo trovare l'area.

Riferendoci alla figura a lato riportata si osserva che i triangoli AED e ABC sono simili. quindi:

$$BC : AC = DE : AE$$

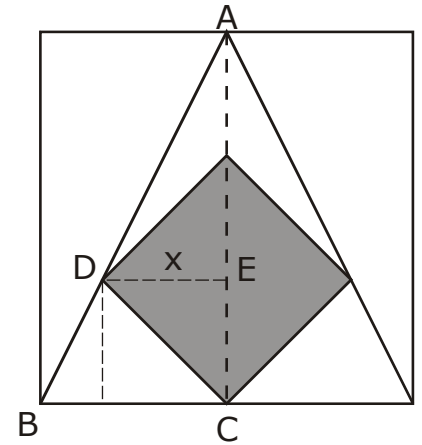
$$\frac{l}{2} : l = x : (l - x)$$

Da cui segue

$$\frac{l}{2}(l - x) = lx$$

$$3x = l$$

L'area da calcolare è $A = 2x^2 = 2 \frac{l^2}{9} = \frac{2}{9} 189 = 42 \text{ cm}^2$



13 CODICI SEGRETI [35]

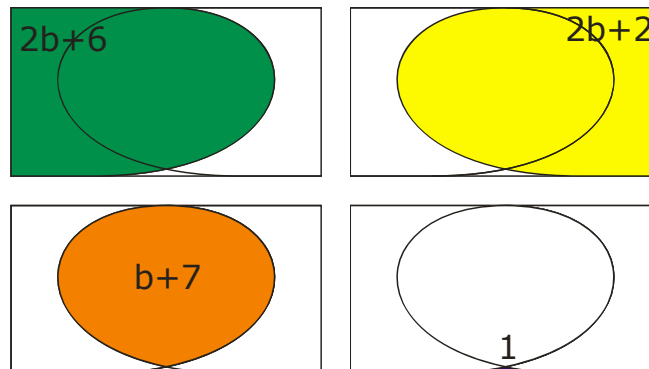
Sia b la base usata dalla prima spia.

Allora egli dice che $2b + 6$ abitanti usano la sua base e $2b + 2$ usano l'altra base che è $b + 4$.

La seconda spia, dovendo dire il vero e dichiarando che ci sono in totale 25 abitanti (in contrasto con quanto detto dal primo abitante: 26) deve necessariamente usare la base $b + 4$.

La seconda spia dice quindi che ci sono $2(b + 4) + 5 = 2b + 13$ abitanti, che $(b + 4) + 3 = b + 7$ usano entrambe le basi e 1 non sa usare nessuna base.

Rappresentiamo graficamente le informazioni:



Per il principio di Inclusione esclusione,

Il totale degli abitanti è composto da: quelli che conoscono la base b , quelli che conoscono la base $b+4$ ma ho contato due volte i bilingui, quindi devo togliere $b+7$ e aggiungere l'unico analfabeta:

$$2b + 13 = 2b + 6 + 2b + 2 - (b + 7) + 1$$

Che risulta ci fa scoprire che $b = 11$

La popolazione è formata, quindi, da 35 abitanti. Quelli che usano la base 11 sono 28

Quelli che usano l'altra base (15) sono 24. Quelli che le usano entrambe sono 18

14. RADICI ED EQUAZIONI [57]

Essendo a , b , e c le tre soluzioni, il polinomio assegnato deve essere uguale a

$$(x - a)(x - b)(x - c) = x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ac)x - abc = x^3 - 17x - 19$$

Da cui segue che $a + b + c = 0$

19. NATALE A CASA FIBONACCI [90]

Definiamo:

$$x(1) = 0,01$$

$$x(2) = 0,001$$

$$x(3) = 0,0002$$

$$x(4) = 0,00003$$

$$x(5) = 0,000005$$

...

Vogliamo calcolare

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} x(i)$$

Osserviamo che la regola di Fibonacci, in questo caso, la possiamo scrivere:

$$x(1) = 100 \cdot x(3) - 10 \cdot x(2)$$

$$x(2) = 100 \cdot x(4) - 10 \cdot x(3)$$

$$x(3) = 100 \cdot x(5) - 10 \cdot x(4)$$

...

Facendo le somme degli infiniti termini, si ottiene:

$$\sum_{i=1}^{\infty} x(i) = 100 \cdot \sum_{i=3}^{\infty} x(i) - 10 \cdot \sum_{i=2}^{\infty} x(i)$$

evidenziando i termini in più nella prima e nell'ultima somma posso scrivere:

$$x(1) + x(2) + \sum_{i=3}^{\infty} x(i) = 100 \cdot \sum_{i=3}^{\infty} x(i) - 10 \cdot x(2) - 10 \cdot \sum_{i=3}^{\infty} x(i)$$

da cui segue che

$$x(1) + 11 \cdot x(2) = 89 \cdot \sum_{i=3}^{\infty} x(i)$$

cioè

$$\sum_{i=3}^{\infty} x(i) = \frac{x(1) + 11 \cdot x(2)}{89} = \frac{1}{89} \left(\frac{1}{100} + \frac{11}{1000} \right) = \frac{21}{89000}$$

Ora posso calcolare

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} x(i) = x(1) + x(2) + \sum_{i=3}^{\infty} x(i) = \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{21}{89000} = \frac{890 + 89 + 21}{89000} = \frac{1000}{89000} = \frac{1}{89}$$

20 SALVARE LUKE [9939]

Posizionando l'esagono esattamente nel centro del dodecagono e congiungendo i vertici dell'esagono con i due vertici più vicini del dodecagono si ottiene la figura a fianco riportata, dove l'area della parte cercata è data dalla somma di 6 quadrati e 6 triangoli equilateri.

La soluzione è quindi:

$$A = 6l^2 + 6 \frac{l^2}{4} \sqrt{3} = 6 \cdot 34^2 + \frac{3}{2} \cdot 34^2 \cdot \sqrt{3} \cong 6936 + 3003,46 = 9939,46.$$

