



# XXVII Gara Nazionale a Squadre

Semifinale 2 – Venerdì 8 Maggio 2026



Ministero dell'Istruzione  
e del Merito

## 1. Divisibilità rivelatoria

Hermita è impegnata nella traduzione di un manoscritto per il corso di Antiche Rune. In esso i calcoli sono svolti in una base  $B$  ( $B > 4$ ) nella quale il numero 41 è divisibile per 14. Quanto vale  $B$ ?

## 2. Divinazione

La docente di Divinazione della Scuola Matematica Superiore, Sibilla Riemann, prende 3 carte magiche: 1, 2, 3, le mescola e chiede a Hermita di estrarre una carta a caso, e scriversi il valore  $a$  che ha estratto, rimescola le carte e chiede di estrarre nuovamente, segnandosi il numero estratto  $b$ , ripete quindi la procedura anche per trovare i numeri  $c$  e  $d$ . Mentre Hermita estrae, chiede agli altri studenti di prevedere il numero  $ab + bcd + d^2$ . Qual è la probabilità che il numero da prevedere sia dispari? *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

## 3. Somme aritmantiche

Hermita non si smentisce mai: è stata la prima a rispondere correttamente alla domanda posta dalla professoressa Vector, docente di Aritmanzia. Ella ha chiesto di usare le tavole numerologiche per calcolare

$$\left(\frac{1}{11} - \left(\frac{1}{11}\right)^2\right) - \left(\frac{2}{11} - \left(\frac{2}{11}\right)^2\right) + \left(\frac{3}{11} - \left(\frac{3}{11}\right)^2\right) - \dots + \left(\frac{11}{11} - \left(\frac{11}{11}\right)^2\right) - \left(\frac{12}{11} - \left(\frac{12}{11}\right)^2\right).$$

Cosa ha risposto Hermita? *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

## 4. L'incantesimo di Geomanzia

Svolgendo il compito di Geomanzia, Hardy disegna un quadrato  $ABCD$  di lato 10 millibacchette; Ron costruisce due triangoli equilateri  $ABE$  e  $BCF$  esterni al quadrato. Hermita completa la configurazione aggiungendo il triangolo equilatero  $EFG$  con  $G$  dalla parte opposta di  $B$  rispetto a  $EF$ . L'incantesimo si attiverà declamando quanto vale  $BG^2$  (in millibacchette quadre). Cosa devono dire i tre amici?

## 5. Destinazioni senza ritorno

Dalla Scuola Matematica Superiore, identificata dal numero 1, si dipanano 110 passaggi segreti (solo andata) per altrettante destinazioni, numerate con 0 e da 2 a 110. I gemelli Perelman le conoscono tutte e sanno che le destinazioni dalla 2 alla 9 sono abbastanza vicine alla scuola da permettere sempre di tornare indietro; la destinazione 0 è invece la temibile prigione di *Arctan*, da cui nessuno è mai uscito. Le altre mete seguono regole diverse: se il numero  $x$  della destinazione è primo o termina con zero, da essa non ci sono passaggi segreti verso altre destinazioni; altrimenti, detta  $u$  la cifra delle unità di  $x$ , dalla destinazione  $x$  c'è un passaggio verso la destinazione  $x - 2u - 2$ . Quante sono le destinazioni (scuola inclusa) dalle quali è possibile tornare a scuola, eventualmente usando più di un passaggio segreto?

## 6. Schema di Quamditch

Il campo di Quamditch ha la forma di un dodecagono regolare. La capitana della squadra di *Rapportaureo*, Katherine Johnson, vuole provare uno schema: detti  $A, B, C, D, E$  cinque vertici consecutivi del dodecagono, mette Henri Perelman nel punto  $P$ , intersezione delle rette  $AC$  e  $BD$ , e il suo gemello Smale nel punto  $S$ , intersezione delle rette  $BD$  e  $CE$ . Dice a Hardy, il Cercatore di Dimostrazioni della squadra, che  $P$  e  $C$  distano 200 bacchette, e gli chiede di calcolare la distanza (in bacchette) tra Perelman e Smale. Hardy non sbaglia. Cosa risponde Hardy?

## 7. Mettere le radici [★]

Hardy, per comunicare in segreto con il suo padrino Sirius Schwarz, ha convenuto di mettere una password agli specchi gemelli. Preso  $p_0(x) = x$  e  $p_{n+1}(x) = 1 - p_n(x)^2$  per ogni  $n$  naturale, la password è il numero di radici reali, contate con molteplicità, del polinomio  $p_{22}(x)$ . Qual è la password?

## 8. Un quadrato dopo l'altro

Anche questa volta Ron deve scontare la punizione inflitta dalla prof.ssa Dolores Unboundrige. Ron prende pazientemente il suo quaderno di pergamene quadrettate e inizia a disegnare su ogni pergamena un quadrato diverso. Il quadrato  $Q_1$  ha lato 1 quadretto, il quadrato  $Q_2$  ha lato 2, e così via fino a  $Q_{10}$ , che ha lato 10. Quindi riparte dalla prima pergamena e nel quadrato  $Q_1$  Ron scrive 10; nei quattro quadratini di  $Q_2$  scrive 9; in ogni quadratino  $1 \times 1$  contenuto in  $Q_3$  scrive il numero 8; e così via fino a scrivere 1 in tutti i quadratini di  $Q_{10}$ . La perfida prof.ssa Unboundrige sarà soddisfatta solo quando Ron le dirà la somma di tutti i numeri scritti nei quadratini. Quale numero permette a Ron di scontare la sua pena?

### 9. Questione di punti di vista [★]

La sala del pub *Tre manici topologici* ha la pianta a forma di triangolo  $ABC$  con angoli  $\hat{A} = 110^\circ$ ,  $\hat{B} = 38^\circ$ ,  $\hat{C} = 32^\circ$ . Il bancone è posto nel punto  $E$  su  $BC$  tale che  $\widehat{AEB} = 102^\circ$ . Detto  $D$  il punto di  $AC$  che è piede della bisettrice da  $B$ , la barista sa che può sorvegliare l'ingresso dall'angolo  $\widehat{AED}$ . Qual è l'ampiezza di quest'ultimo (in gradi)?

### 10. Dubbi solitari

Ron sta aspettando il suo amico Hardy per sfidarlo in una partita a *magic-force-4*, un gioco che si fa con gettoni da inserire in una griglia verticale fatta da 8 colonne, in ogni colonna si possono infilare al massimo 7 gettoni uno sopra l'altro. Nell'attesa Ron lascia cadere il primo gettone nella prima colonna a sinistra e questo va ad occupare il posto in basso a sinistra. Quando mette un nuovo gettone, se nel posto alla sinistra del gettone appena inserito c'è già un gettone, allora la mossa è valida. Un'altra mossa valida è inserire un nuovo gettone nella prima colonna a sinistra. Ron può fermarsi quando vuole. Quante sono le configurazioni che Ron può ottenere facendo solo mosse valide (ricordando che ha già messo un gettone)?

### 11. Modellismo

Ron è talmente emozionato per l'assegnazione della Coppa delle Case che vuole costruirne una replica di cartone. Comincia ritagliando lo sviluppo piano della coppa: un quadrato di lato 6 cm su ciascuno dei cui lati è costruito un esagono regolare, esterno al quadrato. Ron poi l'assembla, facendo combaciare i lati di esagoni che hanno in comune un vertice e piegando poi gli esagoni verso l'interno, lungo la diagonale maggiore parallela ai lati del quadrato. In questo modo la coppa, che ha un foro quadrato in cima, è pronta. Qual è il suo volume (in  $cm^3$ )?

### 12. Tra i cattivi

Il matemago più cattivo di sempre, *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, testa la lealtà dei suoi seguaci proponendo il seguente quesito. Dato un intero positivo  $a$ , definisce  $K_0 = 1$  e, per ogni  $n \geq 0$ ,  $K_{n+1} = K_n + aK_{n-1} + \dots + a^n K_0$ . Chiede poi di determinare la somma di tutti gli interi positivi  $n$  per cui è possibile che  $K_n = 4096$ . Cosa devono rispondere i seguaci, per aver salva la vita?

### 13. Tanti giorni per un ordine meraviglioso

Pomona Springer, docente di Erbologia, cura in una serra segreta le sue preziose 2026 mandragore, inizialmente tutte alte  $10^9$  nanobacchette ( $nb$ ), cioè una bacchetta. Ogni giorno annaffia esattamente 101 mandragore distinte. A fine giornata le mandragore che quel giorno sono state annaffiate crescono di 1  $nb$ , mentre le altre si riducono di 1  $nb$ . Un giorno, prima di innaffiare le mandragore, la prof. Springer decide di ordinare i vasi delle mandragore mettendoli in ordine dalla più bassa alla più alta. Nel compiere questa azione si accorge che le piante hanno tutte altezze diverse e che la differenza di altezza tra due piante consecutive rimane costante. Quanti giorni sono trascorsi, come minimo, da quel dì in cui ella iniziò a prendersi cura delle mandragore?

### 14. Rapportaureo vs Perognesiste

È il giorno dell'attesa sfida di Quamditch tra la squadra di *Rapportaureo* e quella di *Perognesiste*, capitanata da Cedric Villany. Hardy nota che in fondo al campo di gara sono appesi 20 scudi in fila, ciascuno dipinto con il colore di una delle due case (rosso o giallo), e che il numero di scudi gialli è strettamente maggiore del numero di scudi rossi. Prima di salire sulla sua scopa, Hardy, un po' nervoso, osserva di sfuggita che, tra tutte le coppie di scudi adiacenti, esattamente 15 sono formate da scudi dello stesso colore. Quante sono le possibili colorazioni degli scudi?

### 15. La condizione per segnare

Nel campo di Quamditch sono poste due ceste in  $C$  e  $D$  e poi due arbitri in  $A$  e  $B$ , in maniera che  $ACD$  e  $BCD$  siano equilateri ma non coincidenti. La squadra di *Rapportaureo* (composta da Hardy, Hermita, Ron e Norris) deve segnare in  $C$ . Tuttavia per segnare un punto regolare il tiratore deve avere un giocatore pivot tale che essi siano allineati con  $B$ , che formino un triangolo equilatero con  $A$  e il tiratore sia più vicino alla cesta  $C$  del pivot. Hardy e Hermita (posti in  $E$  ed  $G$ ) sono pronti a segnare come tiratori, avendo come pivot rispettivamente Ron e Norris (posti in  $F$  ed  $H$ ). Sappiamo inoltre che  $\widehat{ABE} = 45^\circ$  e che  $\widehat{ABH} = 75^\circ$ , e  $E$  e  $G$  sono dalla stessa parte di  $C$  rispetto alla retta  $AB$ . Sapendo che  $EF$  misura 100 bacchette, determinare  $GC + FC$  (in bacchette).

### 16. Interi di differenza

Nella Stanza delle Condizioni Necessarie c'è tutto ciò che serve a un matemago. Luna Lovegödel stava cercando gli interi  $n$  compresi tra  $-400$  e  $400$ , estremi inclusi, che si possano scrivere come differenza tra la somma di due quadrati e la somma di altri due quadrati (quadrati di opportuni numeri interi, anche uguali). Quanti diversi numeri  $n$  ha trovato Luna?



# XXVII Gara Nazionale a Squadre

Semifinale 2 – Venerdì 8 Maggio 2026



Ministero dell'Istruzione  
e del Merito

## Soluzioni

Nr.	Problema	Soluzione
1	Divisibilità rivelatoria	0011
2	Divinazione	0131
3	Somme aritmantiche	0133
4	L'incantesimo di Geomanzia	0373
5	Destinazioni senza ritorno	0040
6	Schema di Quamditch	0346
7	Mettere le radici [★]	6142
8	Un quadrato dopo l'altro	1210
9	Questione di punti di vista [★]	0039
10	Dubbi solitari	6434
11	Modellismo	0712
12	Tra i cattivi	0034
13	Tanti giorni per un ordine meraviglioso	1273
14	<i>Rapportareo vs Perognesiste</i>	3552
15	La condizione per segnare	0141
16	Interi di differenza	0801