Unione Matematica Italiana

XXVII Gara Nazionale a Squadre

Semifinale 1 – Venerdì 8 Maggio 2026

Ministero dell'Istruzione e del Merito

1. Alla Scuola Matemagica Superiore
La prof.ssa Sibilla Riemann, docente di Divinazione, ha dato a ciascun studente un dado magico, ma equo, a forma di tetraedro regolare con 4 facce numerate da 1 a 4. Ciascuno dovrà lanciare il dado 4 volte segnando i risultati ottenuti in ordine chiamandoli (a,b,c,d), ma prima di iniziare a lanciare dovrà prevedere il valore di $ad+bcd+d^2$. Hardy non ha ascoltato una parola della spiegazione e dice «otterrò un valore dispari!». Qual è la probabilità che la previsione di Hardy sia corretta? *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

2. Traduzioni di conto
Hermita è impegnata nella traduzione di un manoscritto per il corso di Antiche Rune. In esso i calcoli sono svolti in una base B ($B>6$) nella quale il numero 61 è divisibile per 16. Quanto vale B?

3. Lezione di tattica
Il campo di Quamditch ha la forma di un dodecagono regolare. La capitana della squadra di *Rapportaureo*, Katherine Johnson, vuole provare uno schema: detti A,B,C,D,E cinque vertici consecutivi del dodecagono, mette Henri Perelman nel punto P, intersezione delle rette AC e BD, e il suo gemello Smale nel punto S, intersezione delle rette BD e CE. Dice a Hardy, il Cercatore di Dimostrazioni della squadra, che P e C distano 1000 bacchette, e gli chiede di calcolare la distanza (in bacchette) tra Perelman e Smale. Hardy non sbaglia. Cosa risponde Hardy?

4. Passaggi segreti sola andata
Dalla Scuola Matemagica Superiore, identificata dal numero 1, si dipanano 100 passaggi segreti (solo andata) per altrettante destinazioni, numerate con 0 e da 2 a 100. I gemelli Perelman le conoscono tutte e sanno che le destinazioni dalla 2 alla 9 sono abbastanza vicine alla scuola da permettere sempre di tornare indietro; la destinazione 0 è invece la temibile prigione di *Arctan*, da cui nessuno è mai uscito. Le altre mete seguono regole diverse: se il numero x della destinazione è primo o termina con zero, da essa non ci sono passaggi segreti verso altre destinazioni; altrimenti, detta u la cifra delle unità di x, dalla destinazione x c'è un passaggio verso la destinazione $x-2u-2$. Quante sono le destinazioni (scuola inclusa) dalle quali è possibile tornare a scuola, eventualmente usando più di un passaggio segreto?

5. La prima della classe
Hermita non si smentisce mai: è stata la prima a rispondere correttamente alla domanda posta dalla professoressa Vector, docente di Aritmanzia. Ella ha chiesto di usare le tavole numerologiche per calcolare

$$\left(\frac{1}{9}-\left(\frac{1}{9}\right)^2\right)-\left(\frac{2}{9}-\left(\frac{2}{9}\right)^2\right)+\left(\frac{3}{9}-\left(\frac{3}{9}\right)^2\right)-\dots+\left(\frac{9}{9}-\left(\frac{9}{9}\right)^2\right)-\left(\frac{10}{9}-\left(\frac{10}{9}\right)^2\right).$$

Cosa ha risposto Hermita? *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

6. Punizioni che contano
Anche questa volta Ron deve scontare la punizione inflitta dalla prof.ssa Dolores Unboundrige. Ron prende pazientemente il suo quaderno di pergamene quadrettate e inizia a disegnare su ogni pergamena un quadrato diverso. Il quadrato Q_1 ha lato 1 quadretto, il quadrato Q_2 ha lato 2, e così via fino a Q_{11}, che ha lato 11. Quindi riparte dalla prima pergamena e nel quadrato Q_1 Ron scrive 11; nei quattro quadratini di Q_2 scrive 10; in ogni quadratino 1×1 contenuto in Q_3 scrive il numero 9; e così via fino a scrivere 1 in tutti i quadratini di Q_{11}. La perfida prof.ssa Unboundrige sarà soddisfatta solo quando Ron le dirà la somma di tutti i numeri scritti nei quadratini. Quale numero permette a Ron di scontare la sua pena?

7. Il quadrato decorato
Svolgendo il compito di Geomanzia, Hardy disegna un quadrato $ABCD$ di lato 10 *milli*bacchette; Ron costruisce due triangoli equilateri: ABE interno al quadrato e BCF esterno al quadrato. Hermita completa la configurazione aggiungendo il triangolo equilatero EFG con G dalla parte opposta di B rispetto a EF. L'incantesimo si attiverà declamando quanto vale AG^2 (in *milli*bacchette quadre). Cosa devono dire i tre amici?

8. Prova di lealtà
Il matemago più cattivo di sempre, *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, testa la lealtà dei suoi seguaci proponendo il seguente quesito. Dato un intero positivo a, definisce $K_0=1$ e, per ogni $n\geq 0$, $K_{n+1}=K_n+aK_{n-1}+\ldots+a^nK_0$. Chiede poi di determinare la somma di tutti gli interi positivi n per cui è possibile che $K_n=729$. Cosa devono rispondere i seguaci, per aver salva la vita?

9. Magic-force-4

Ron sta aspettando il suo amico Hardy per sfidarlo in una partita a *magic-force-4*, un gioco che si fa con gettoni da inserire in una griglia verticale fatta da 6 colonne, in ogni colonna si possono infilare al massimo 7 gettoni uno sopra l'altro. Nell'attesa Ron lascia cadere il primo gettone nella prima colonna a sinistra e questo va ad occupare il posto in basso a sinistra. Quando mette un nuovo gettone, se nel posto alla sinistra del gettone appena inserito c'è già un gettone, allora la mossa è valida. Un'altra mossa valida è inserire un nuovo gettone nella prima colonna a sinistra. Ron può fermarsi quando vuole. Quante sono le configurazioni che Ron può ottenere facendo solo mosse valide (ricordando che ha già messo un gettone)?

10. Coppa delle Case

Ron è talmente emozionato per l'assegnazione della Coppa delle Case che vuole costruirne una replica di cartone. Comincia ritagliando lo sviluppo piano della coppa: un quadrato di lato 9 cm su ciascuno dei cui lati è costruito un esagono regolare, esterno al quadrato. Ron poi l'assembla, facendo combaciare i lati di esagoni che hanno in comune un vertice e piegando poi gli esagoni verso l'interno, lungo la diagonale maggiore parallela ai lati del quadrato. In questo modo la coppa, che ha un foro quadrato in cima, è pronta. Qual è il suo volume (in cm^3)?

11. Stanza delle Condizioni Necessarie

Nella Stanza delle Condizioni Necessarie c'è tutto ciò che serve a un matemago. Luna Lovegödel stava cercando gli interi n compresi tra -256 e 256, estremi inclusi, che si possano scrivere come differenza tra la somma di due quadrati e la somma di altri due quadrati (quadrati di opportuni numeri interi, anche uguali). Quanti diversi numeri n ha trovato Luna?

12. Sfida sugli scudi

È il giorno dell'attesa sfida di Quamditch tra la squadra di *Rapportaureo* e quella di *Perognesiste*, capitanata da Cedric Villany. Hardy nota che in fondo al campo di gara sono appesi 18 scudi in fila, ciascuno dipinto con il colore di una delle due case (rosso o giallo), e che il numero di scudi gialli è strettamente maggiore del numero di scudi rossi. Prima di salire sulla sua scopa, Hardy, un po' nervoso, osserva di sfuggita che, tra tutte le coppie di scudi adiacenti, esattamente 13 sono formate da scudi dello stesso colore. Quante sono le possibili colorazioni degli scudi?

13. Pianta del pub [⋆]

La sala del pub *Tre manici topologici* ha la pianta a forma di triangolo ABC con angoli $\hat{A}=100°, \hat{B}=48°, \hat{C}=32°$. Il bancone è posto nel punto E su BC tale che $\widehat{AEB}=112°$. Detto D il punto di AC che è piede della bisettrice da B, la barista sa che può sorvegliare l'ingresso dall'angolo $\widehat{AED}$. Qual è l'ampiezza di quest'ultimo (in gradi)?

14. Mandragore preziose

Pomona Springer, docente di Erbologia, cura in una serra segreta le sue preziose 2025 mandragore, inizialmente tutte alte 10^9 *nano*bacchette (*nb*), cioè una bacchetta. Ogni giorno annaffia esattamente 101 mandragore distinte. A fine giornata le mandragore che quel giorno sono state annaffiate crescono di 1 *nb*, mentre le altre si riducono di 1 *nb*. Un giorno, prima di innaffiare le mandragore, la prof. Springer decide di ordinare i vasi delle mandragore mettendoli in ordine dalla più bassa alla più alta. Nel compiere questa azione si accorge che le piante hanno tutte altezze diverse e che la differenza di altezza tra due piante consecutive rimane costante. Quanti giorni sono trascorsi, come minimo, da quel dì in cui ella iniziò a prendersi cura delle mandragore?

15. Password radicale [⋆]

Hardy, per comunicare in segreto con il suo padrino Sirius Schwarz, ha convenuto di mettere una password agli specchi gemelli. Preso $p_0(x)=x$ e $p_{n+1}(x)=1-p_n(x)^2$ per ogni n naturale, la password è il numero di radici reali, contate con molteplicità, del polinomio $p_{20}(x)$. Qual è la password?

16. Partita di Quamditch

Nel campo di Quamditch sono poste due ceste in C e D e poi due arbitri in A e B, in maniera che ACD e BCD siano equilateri ma non coincidenti. La squadra di *Rapportaureo* (composta da Hardy, Hermita, Ron e Norris) deve segnare in C. Tuttavia per segnare un punto regolare il tiratore deve avere un giocatore pivot tale che essi siano allineati con B, che formino un triangolo equilatero con A e il tiratore sia più vicino alla cesta C del pivot. Hardy e Hermita (posti in E ed G) sono pronti a segnare come tiratori, avendo come pivot rispettivamente Ron e Norris (posti in F ed H). Sappiamo inoltre che $\widehat{ABE}=45°$ e che $\widehat{ABH}=75°$, e E e G sono dalla stessa parte di C rispetto alla retta AB. Sapendo che EF misura 300 bacchette, determinare $GC+FC$ (in bacchette).

XXVII Gara Nazionale a Squadre

Semifinale 1 – Venerdì 8 Maggio 2026

Unione Matematica Italiana

Ministero dell'Istruzione e del Merito

Soluzioni

Nr.	Problema	Soluzione
1	Alla Scuola Matemagica Superiore	0005
2	Traduzioni di conto	0029
3	Lezione di tattica	1732
4	Passaggi segreti sola andata	0037
5	La prima della classe	0091
6	Punizioni che contano	1716
7	Il quadrato decorato	0573
8	Prova di lealtà	0016
9	Magic-force-4	1715
10	Coppa delle Case	2405
11	Stanza delle Condizioni Necessarie	0513
12	Sfida sugli scudi	2156
13	Pianta del pub [$\star$]	0034
14	Mandragore preziose	2275
15	Password radicale [$\star$]	3070
16	Partita di Quamditch	0424