



# XXVII Gara Nazionale a Squadre

Gara del pubblico – Sabato 9 Maggio 2026



Ministero dell'Istruzione  
e del Merito

- Per ogni problema, indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera.
- I problemi più impegnativi (a nostro giudizio) sono contrassegnati da una stella [★].
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

### Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio:** termine per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio:** termine per rivolgere domande sul testo.
- **60 minuti dall'inizio:** termine della gara.

## 1. Drag-sitter

Nel tempo libero Stochastic fa il drag-sitter, cioè si occupa di cuccioli di drago. Per ottimizzare gli spazi, si posiziona all'interno di un triangolo rettangolo e i tre recinti in cui tiene i draghi hanno la forma di eptagoni regolari costruiti sui lati del triangolo. Sapendo che due dei tre eptagoni hanno area  $39m^2$  e  $62m^2$ , quanto vale al massimo l'area del terzo recinto in  $m^2$ ?

## 2. Schiusura delle uova

Moduloso ama le date particolari e sa che il Capodanno del 2026, ovvero il giorno 01/01/2026, è caduto di giovedì. Ogni giovedì si schiudono le uova di drago a patto che la data, scritta come  $ab/cd/2026$  (nel formato gg/mm/aaaa), sia tale che il numero ottenuto concatenando le cifre del giorno a quelle del mese, cioè  $abcd$  (eventualmente eliminando zeri iniziali), sia minore di 2026. In quante date nel 2026 si schiudono le uova di drago?

## 3. L'uso del gesso

Nashtrid addestra il suo drago a scrivere alla lavagna, con gessi *Dragoromo*, sei interi positivi  $a, b, c, d, e, f$  tali che  $a + b + c + d + e + f = 303$ . Si chiede quante di queste sestuple si possano suddividere in due terne disgiunte tali che entrambe abbiano somma un quadrato perfetto. Quale numero sta cercando Nashtrid?

## 4. Area di atterraggio

Hilcup si ingegna a costruire un'area di atterraggio per i draghi. Avrà forma triangolare e lati  $a, b, c$  tali che, per questioni tecniche, soddisfano  $ab + bc + ca = 10m^2$ . Hilcup si accorge che il perimetro dell'area di atterraggio deve essere di almeno  $x_1m$ , ma non più di  $x_2m$ . Sia  $y_1$  il *massimo* possibile valore di  $x_1$  che Hilcup potrebbe aver trovato; analogamente, sia  $y_2$  il *minimo* possibile valore di  $x_2$  che potrebbe aver trovato. Determinare  $y_1^2 + y_2^2$  in  $m^2$ .

## 5. Regalo personalizzato

Hilcup vuole regalare a Nashtrid un gioiello a forma di cubo. Per personalizzarlo, sceglie in modo casuale 3 vertici distinti del cubo e costruisce il triangolo con quei tre vertici, poi ne sceglie in modo casuale altri 3, distinti tra loro e dai precedenti, e ripete l'operazione. Solo a quel punto si ricorda che a Nashtrid piacciono i gioielli in cui i triangoli, compresi i loro interni, non hanno punti in comune. Qual è la probabilità che a Nashtrid piaccia il regalo? *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

## 6. Isola poligonale

Hilcup, in groppa a Stellato, scorge una strana isola non segnata sulle mappe. Essa ha la forma di un poligono (non regolare e non convesso) di tredici lati, il cui perimetro è descritto come segue. Partendo da un vertice, per  $k = 1, 2, \dots, 14$  si avanza di  $1km$  nella direzione corrente e poi si ruota di un angolo orientato  $a_k$ , dove gli angoli  $a_k$  sono nell'ordine (in gradi):  $90, -60, 90, -60, 90, 60, -90, 60, 90, 60, -90, 60, 0, 60$ . Hilcup nota che, essendo  $a_{13} = 0$ , vi è un lato di lunghezza  $2km$ , mentre tutti gli altri lati sono lunghi  $1km$ . Quanto misura l'area dell'isola (in  $hm^2$ )?

## 7. Draghi che contano

Le *Fourier Buie*, si sa, sono i draghi più veloci, e anche i più bravi con i numeri. Stellato, ad esempio, ha appena calcolato la somma degli interi positivi  $n$  minori di 10000 tali che  $n$  e  $2n$  siano entrambi immediatamente successivi a quadrati di numeri naturali. Quale numero ha ottenuto?

## 8. Conti stabilizzanti

Moduloso, per combattere le vertigini durante il volo sul proprio drago, ha un metodo infallibile: calcola le prime quattro cifre dopo la virgola di

$$\sum_{k=1}^{2026} \frac{1}{k^3 + 5k^2 + 6k}.$$

Quale numero ottiene?

## 9. Antica mappa

Gli abitanti di Berkhoff stanno studiando un'antica mappa che, secondo la leggenda, conduce al *Mondo Nascosto*. Su di essa è tracciato un triangolo  $ABC$ , con  $AC > AB$ , tale che  $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} + 15^\circ$ . Le istruzioni per raggiungere il Mondo Nascosto sono riportate in una nota: «Considera il punto  $Z$ , simmetrico di  $A$  rispetto al punto medio di  $BC$ . Traccia quindi la circonferenza  $\omega$  circoscritta al triangolo  $BCZ$ ; le rette  $AB$  e  $AC$  intersecano nuovamente  $\omega$  rispettivamente nei punti  $P$  e  $Q$ . Siano inoltre  $X$  il centro di  $\omega$ ,  $Y$  il circocentro del triangolo  $APQ$  e  $M$  il punto medio di  $AX$ . Il Mondo Nascosto è rappresentato dal triangolo  $AGM$ , dove  $G$  è il baricentro di  $ABC$ ». Nella mappa sono indicate anche le lunghezze reali di due segmenti:  $XB = 488 \text{ km}$  e  $YP = 423 \text{ km}$ . Per quanti  $\text{km}^2$  si estende il Mondo Nascosto?

## 10. La prova definitiva

Stochastick fa un ultimo test al figlio: se Hilcup sa calcolare le ultime quattro cifre di

$$2^{3^{4^{\dots^{2026}}}},$$

è pronto per essere il nuovo capo di Berkhoff. Cosa deve rispondere Hilcup?

## 11. Pelle di drago

Stellato si è innamorato di una *Fourier Chiara*, che però non va affatto d'accordo con gli umani. Hilcup capisce che è arrivato il momento di lasciarlo volare anche senza di lui e decide di rivestire l'ala artificiale con pelle di drago, così da renderla ignifuga. L'ala è una griglia  $7 \times 12$  di caselle quadrate, composta da 7 righe e 12 colonne. I ritagli di pelle di drago sono a forma di trimino ( $\square\square$  oppure  $\square$ , in qualunque rotazione). Hilcup riveste l'ala a partire dall'angolo in basso a sinistra, cucendo un ritaglio alla volta, senza sovrapporli. Per facilitare il lavoro, ogni casella coperta da un ritaglio appena cucito deve soddisfare la seguente condizione: la casella immediatamente sotto, se esiste, e la casella immediatamente a sinistra, se esiste, devono essere coperte dal ritaglio appena cucito oppure da un ritaglio cucito in precedenza. In quanti modi Hilcup può rivestire l'intera ala, tenendo conto anche dell'ordine in cui i ritagli vengono cuciti? *Dare come risposta la somma dei primi che dividono la soluzione, contati con molteplicità; ad esempio, se la risposta fosse  $12 = 2^2 \cdot 3$ , dare come risposta  $2 \cdot 2 + 3 = 7$ .*

## 12. Draghi in vendita

Eret(eret) è un cacciatore di draghi al soldo dello spietato Drago Burnsvist. Dopo aver catturato Nashtrid,  $\Gamma$ (pesce) e i gemelli  $\Theta$ (tufo) e  $\Theta$ (bruta) insieme ai loro draghi, vuole stabilire a quanto venderli al suo padrone. Per farlo, parte da sei numeri  $a, b, c, x, y, z$  e deve calcolare i valori delle seguenti espressioni:

$$4ay + 4bx + 4cy + 4bz,$$

$$az + bz + cz + cy + cx.$$

Purtroppo Eret(eret) non sa fare calcoli a mente e deve usare una calcolatrice vichinga, che permette soltanto di inserire due numeri alla volta ed eseguire un'operazione tra addizione, sottrazione e moltiplicazione. Tuttavia, egli ha un'ottima memoria e può riutilizzare come input qualunque risultato ottenuto in precedenza. Ogni addizione o sottrazione consuma 8 Odinowatt, mentre ogni moltiplicazione ne consuma 47. Quanti Odinowatt consumerà al minimo Eret(eret) per calcolare entrambe le espressioni?