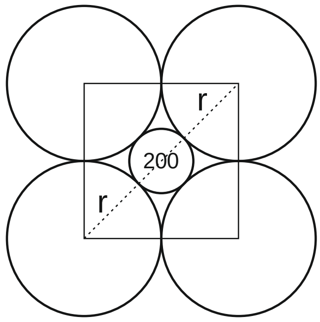
GARA DI MATEMATICA A SQUADRE
BIENNIO (17/11/2025)
SOLUZIONI

PROBLEMA 1 [3]
Se 3 persone possono dipingere 5 stanze in 2 giorni allora 6 persone possono dipingere 10 stanze in 2 giorni.
Le stesse, in metà del tempo dipingeranno metà delle stanze, quindi 6 persone possono dipingere 15 stanze in 3 giorni.

PROBLEMA 2 [20]

Utilizzando le combinazioni con ripetizione abbiamo $C^*_{4,3}=\binom{4+3-1}{3}=\binom{6}{3}=20$ possibilità.

PROBLEMA 3 [241]
Disegnato il quadrato che unisce i centri delle quattro circonferenze, si osserva che la diagonale del quadrato è formata da due raggi incogniti e il diametro della circonferenza più piccola: $200+2r=2r\sqrt{2}$ che risolta porta a determinare $r=100\left(\sqrt{2}+1\right)\cong 241,42\ \mathrm{cm}$.



PROBLEMA 4 [14]
Nel caso peggiore, dopo 13 scarpe si troverà con tutte scarpe diverse. Solo al $14°$ tentativo potrà essere sicuro di averne un paio uguale.

PROBLEMA 5 [40]
Schematizziamo il problema. La prima affermazione ci porta a concludere che:

quando	IO	TU
Passato	y	x
Oggi	$2x$	y

Cioè che $2x-y=y-x$ e quindi $y=\frac{3}{2}x$.

Elaboriamo ora le informazioni della seconda affermazione:

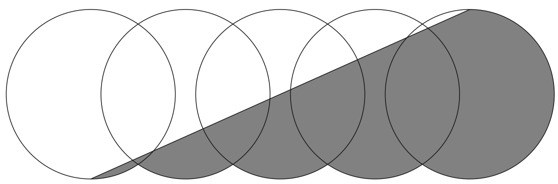
quando	IO	TU
Oggi	$2x$	$\frac{3}{2}x$
Futuro	$2x+\left(2x-\frac{3}{2}x\right)$	$2x$

E quindi $2x+\left(2x-\frac{3}{2}x\right)+2x=90$ equazione che risolta ci porta a determinare $x=20$.

Oggi io ho 40 anni. *(magari !!! n.d.r)*

PROBLEMA 6 [18]
Guardando con attenzione la figura si nota che l'area racchiusa all'interno dei cinque cerchi è esattamente il doppio dell'area grigia.
L'area di un cerchio è

$$A_C=\frac{1}{5}\left(35\cdot 2+4\cdot 5\right)=18\ \mathrm{cm}^2$$



PROBLEMA 7 [35]

Riferendoci alla figura a destra, osserviamo che

$a^2+c^2=7^2$

$c^2+b^2=35^2$

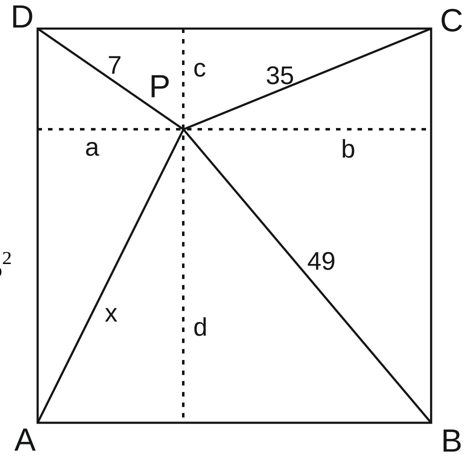
$b^2+d^2=49^2$

$a^2+d^2=x^2$

E quindi

$x^2=a^2+d^2=\left(a^2+c^2\right)+\left(d^2+b^2\right)-\left(b^2+c^2\right)=7^2+49^2-35^2=1225=35^2$

da cui otteniamo $x=35\ \mathrm{cm}$.



PROBLEMA 8 [14]

Riportiamo in tabella tutte i possibili prodotti di tre numeri che danno 72.

Figlio 1	Figlio 2	Figlio 3	somma
1	1	72	74
1	2	36	39
1	3	24	28
1	4	18	23
1	6	12	19
1	8	9	18
2	2	18	22
2	3	12	17
2	4	9	15
2	6	6	14
3	3	8	14
3	4	6	13

Solo nei due casi evidenziati il censitore può avere il dubbio su quale sia la composizione della famiglia.

Il numero civico è 14.

PROBLEMA 9 [58]

Riferendoci alla figura a lato riportata, il quadrato $ABCD$ ha area $A_{ABCD}=\frac{10\cdot 10}{2}=50\ \mathrm{cm}^2$.

Sia x il lato del quadrato $EFGH$.

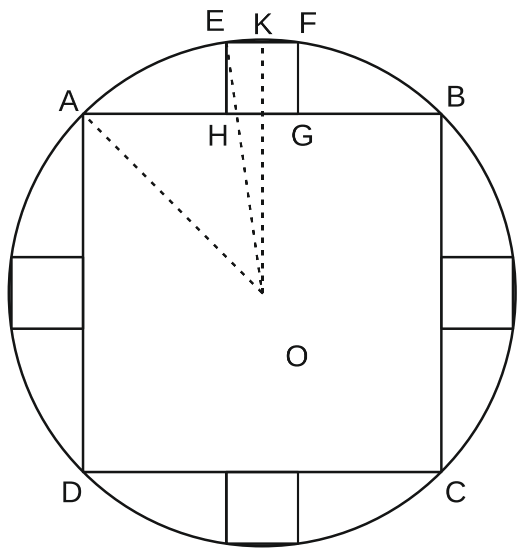
Applicando il Teorema di Pitagora sul triangolo EKO si ha:

$OE^2=EK^2+OK^2$

$5^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2+\left(x+\frac{\sqrt{50}}{2}\right)^2$

Svolgendo i calcoli e risolvendo l'equazione di secondo grado che ne deriva si ottiene come unica soluzione positiva $x=\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$.

L'area richiesta misura $A=50+4\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2=58\ \mathrm{cm}^2$.



PROBLEMA 10 [121]

Dividiamo tutti i numeri per 2 e contiamo tutti i fattori 5 che compaiono:

$499:5=99,\ldots;\ 99:5=19,\ldots;\ 19:5=3,\ldots$.

In totale avremo $99+19+3=121$ fattori 5 e di conseguenza zeri.

PROBLEMA 11 [14]

Formalizzando abbiamo:

$$\begin{cases} \binom{n}{k-1} = 3003 \\ \binom{n}{k} = 2002 \\ \binom{n}{k+1} = 1001 \end{cases}$$ che possiamo trasformare in $$\begin{cases} \binom{n}{k-1} = \frac{3}{2}\binom{n}{k} \\ \binom{n}{k+1} = \frac{1}{2}\binom{n}{k} \end{cases}$$ che semplificata diventa $$\begin{cases} \frac{1}{n-k+1} = \frac{3}{2k} \\ \frac{1}{k+1} = \frac{1}{2(n-k)} \end{cases}$$

Risolvendo l'ultimo sistema si determina $\begin{cases} n = 14 \\ k = 9 \end{cases}$

La riga richiesta è la 14-esima.

PROBLEMA 12 [62]

Divisi i turisti in 2^6 modi possibili, dobbiamo solo escludere i casi in cui tutti abbiano scelto una o l'atra guida.

La soluzione è $2^6 - 2 = 62$

PROBLEMA 13 [8]

Siano $a-k$, a e $a+k$ le tre radici dell'equazione.

Sfruttando le formule di Viete abbiamo $a-k+a+a+k=12$ e quindi $a=4$.

$4(4-k)+4(4+k)+(4-k)(4+k)=34$ equazione che risolta porta a determinare $k^2=14$.

$n=4(4-k)(4+k)=4(16-k^2)=8$.

PROBLEMA 14 [3876]

Il problema può essere risolto direttamente con le combinazioni con ripetizione: $\binom{19}{15}=3876$.

PROBLEMA 15 [1]

Elaboriamo algebricamente l'espressione data:

$p = n^4 + 4$

$p = n^4 + 4 + 4n^2 - 4n^2$

$p = (n^2+2)^2 - 4n^2$

$p = (n^2+2-2n)(n^2+2+2n)$, ma p è primo e quindi n^2+2-2n che è il fattore più piccolo deve essere 1.

Risolviamo $n^2+2-2n=1$

$(n-1)^2=0$

$n=1$

Verifichiamo $n^2+2+2n=5$.

Esiste quindi un solo valore possibile.

PROBLEMA 16 [7]

Per come è stato colorato il cubo abbiamo:

Facce colorate	Numero di cubetti
0	36
1	57
2	28
3	4

La probabilità è quindi:

$$P(colorata) = \frac{4}{125}\cdot\frac{3}{6} + \frac{28}{125}\cdot\frac{2}{6} + \frac{57}{125}\cdot\frac{1}{6} = \frac{12+56+57}{125\cdot 6} = \frac{125}{125\cdot 6} = \frac{1}{6}.$$

La risposta richiesta è $1+6=7$.

PROBLEMA 17 [10]
Se il numero è $\overline{ab}$ allora il problema l'operazione da fare è $10a+b-a-b=9a$.
La cifra delle unità è 6 solo quando $a=3$. Abbiamo quindi tutti e 10 i numeri con 3 come cifra delle decine.

PROBLEMA 18 [4200]
La prima torre la posizioniamo in una casella qualsiasi (35 possibilità).
La seconda torre, tolta la riga e la colonna controllata dalla prima torre ha a disposizione $4\cdot 6=26$ caselle.
Procedendo in questo modo e ricordando che le torri sono tutte uguali, avremo in tutto $\frac{35\cdot 24\cdot 15\cdot 8}{4!}=4200$ possibilità-

PROBLEMA 19 [960]
Scegliamo la posizione degli alfieri in $4\cdot 4$ modi possibili. Delle 6 caselle rimaste ne scegliamo 3 in $\binom{6}{3}$ modi per posizionare il Re tra le due torri, quindi ci restano 3 caselle per posizionare la Regina. I cavalli occuperanno le ultime due caselle rimaste.
In totale abbiamo $4\cdot 4\cdot\binom{6}{3}\cdot 3=960$ possibili configurazioni.

PROBLEMA 20 [29]
I possibili codici sono $3\cdot 3\cdot 3=27$
Organizzando bene la sequenza basteranno $27+2=29$ pressioni dei tasti per provarle tutte, visto che le prime due pressioni non creano alcun codice.