

QUESITO n 5

Determinare il valore del parametro reale k in modo che le due curve $y = e^x$, $y = 6 - ke^{-x}$ risultino tangenti tra loro, individuando le coordinate del punto di contatto.

(Soluzione di Sandro Campigotto)

Soluzione

Le due curve dovranno avere per lo stesso valore della x la stessa y e lo stesso valore della derivata:

$$\begin{cases} e^x = 6 - \frac{k}{e^x} \\ e^x = \frac{k}{e^x} \end{cases}$$

Risolviendo in maniera furba abbiamo

$$\begin{cases} e^x = 6 - e^x \\ \frac{k}{e^x} = e^x \end{cases} \quad \begin{cases} e^x = 3 \\ \frac{k}{e^x} = e^x \end{cases} \quad \begin{cases} e^x = 3 \\ k = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \ln 3 \\ k = 9 \end{cases}$$

Il punto di tangenza è $P(\ln 3; 3)$