GARA DI MATEMATICA ON-LINE (10/11/2025)

1. IL GEOMETRA [50]
Se si osserva bene la figura, per ogni parte bianca c'è una parte grigia uguale. La parte bianca è il 50% dell'area totale.

2. NONNA PARSIMONIOSA [85]
Con i primi 8 barattoli ne recupera 1, quindi ne usa altri 7 e insieme a quello recuperato ne recupera un altro, poi ne prende altri 7 e insieme a quest'ultimo ne recupera ancora 1, e così via. All'undicesimo barattolo recuperato ne ha effettivamente utilizzati $8+7\cdot 10=78$. Usandone altri 7 recupera il dodicesimo barattolo. La nonna ha effettivamente utilizzato 85 barattoli.

3. TUTTI A FUNGHI [30]
Detto x il numero degli amici andati alla ricerca di funghi, dai dati del problema si ha che $40\cdot\frac{1}{3}x+80\cdot\frac{1}{3}x=1200$ da cui $x=30$.

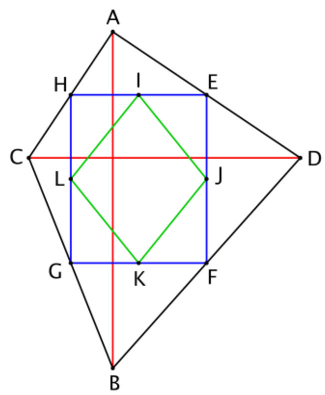
4. I NUMERI SIMPATICI [972]
Partendo da 987 si prova a dividere per la somma delle cifre fino a trovare la soluzione che è 972.

5. IL LIBRO [108]
Osserviamo che il numero di cifre usate deve essere pari (è il doppio del numero delle pagine). Da 1 a 9 si utilizzano tante cifre quant'è il numero di pagine; da 1 a 99 si utilizza sempre un numero dispari di cifre (2 per ogni numero di due cifre e 9 per le pagine da 1 a 9) quindi sicuramente il numero di pagine è fatto almeno da 3 cifre. Per le prime 99 pagine sono state usate $9+90\cdot 2=189$ cifre e quindi, detto x il numero di pagine di 3 cifre, si ha $2(99+x)=189+3x$, da cui si ricava $x=9$. Il quaderno ha quindi $99+9=108$ pagine.

6. SULLA LUNA [4]
Siccome $m=\frac{25N}{g_T}$ allora il peso sulla Luna sarà $P_L=m\cdot g_L=\frac{25N}{g_T}\cdot g_L=\frac{25\cdot 1,62}{9,8}\cong 4,12N$

7. ALBERI [134]
Detti p il numero dei pini, a il numero degli abeti e l il numero dei larici, il problema diventa:
$a+p+l=300$; $a=10+l$ e $p=56+l$. Sostituendo nella prima equazione abbiamo
$(10+l)+(56+l)+l=300$ otteniamo $l=78$ e di conseguenza $p=134$.

8. ANCORA GEOMETRIA [1000]
Sia $ABCD$ un quadrilatero avente le diagonali AB e CD perpendicolari. Il quadrilatero $EFGH$, ottenuto congiungendo i punti medi dei lati di $ABCD$, ha i lati paralleli alle diagonali di $ABCD$ e quindi è un rettangolo. Inoltre HE è la metà di CD e HG è la metà di AB. Ne segue che $A_{EFGH}=50\cdot 40=2000\ \text{cm}^2$. Il quadrilatero $IJKL$, ottenuto congiungendo i punti medi dei lati di $EFGH$ è infine equivalente alla metà di $EFGH$ e pertanto la sua area vale $1000\ \text{cm}^2$.



9. NUMERI [37]
Siano $\overline{1ABC}$ i numeri aventi le caratteristiche richieste. Le possibilità per A, B e C sono:
- $A=B=C=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ per un totale di 10 numeri;
- $A=B=1$ e C una qualsiasi cifra diversa da 1 (9 numeri);
- $A=C=1$ e B una qualsiasi cifra diversa da 1 (9 numeri);
- $B=C=1$ e A una qualsiasi cifra diversa da 1 (9 numeri).

Per un totale di 37 numeri.

10. UN GIOCHINO [840]

Siccome 270 e 40 sono gli unici numeri divisibili per 5, si deve avere che $g=5$.
Allo stesso modo c deve essere 7, perché solo 84 e 336 sono divisibili per 7.
I divisori di 27 sono tutti dispari, mentre l'unico divisore dispari di 16 è 1, quindi $e=1$.
Continuando così, oppure andando per tentativi, si ottiene che la griglia riportata a lato.

4	3	7	84
2	1	8	16
5	9	6	270
40	27	336	

11. UN ANAGRAMMA [7560]

Gli anagrammi della parola GRA**F**ETTA sono $\frac{8!}{2\cdot 2}=10080$, mentre quello di GRA**F**E**T**A sono $\frac{7!}{2}=2520$. Gli anagrammi cercati sono $10080-2520=7560$.

12. IL FALEGNAME [110]

Sia x la misura della minore delle due parti in cui il falegname ha segato l'asse. Dai dati del problema si ha che $(x+20):x=13:9$, da cui, applicando la proprietà dello scomporre, si ottiene $(x+20-x):x=(13-9):9$ cioè $20:x=4:9$ e quindi $x=\frac{20\cdot 9}{4}=45\text{ cm}$. L'asse era quindi lungo $x=45+45+20=110\text{ cm}$.

13. UNA DIFFERENZA [8853]

Il più grande numero di quattro cifre tutte diverse fra loro è 9876 e il più piccolo numero di quattro cifre tutte diverse fra loro è 1023. Quindi la differenza è 8853.

14. MATEMATICO [16]

Il numero di coppie cercate è uguale al numero di valori che può assumere x (i valori di y si ottengono di conseguenza) che sono tanti quanti il numero di divisori di 24, positivi e negativi. Siccome 24 ha 8 divisori: (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24) la soluzione cercata è 16.

15. 'STI ZERI… [102]

Siccome il prodotto di tutti i numeri da 1 a 500 termina con $100+20+4=124$ ($500:5=100$; $100:5=20$; $20:5=4$) e il prodotto dei numeri da 1 a 99 termina con $19+3=22$ ($99:5=19,\ldots$; $19:5=3,\ldots$), allora il prodotto dei numeri tra 100 e 500 termina con $124-22=102$ zeri.

16. AL BUIO [137]

Nel caso peggiore dovrò prendere tutte le scarpe bianche $23\cdot 2$ e tutte le scarpe nere $32\cdot 2$ e tutte le scarpe destre rosse 26. Alla prossima pescata avrò la certezza di averne un paio rosse.
La risposta richiesta è $23\cdot 2+32\cdot 2+26+1=137$.

17. UNA PALLINA SPECIALE [182]

Dopo il primo rimbalzo il punto più basso della pallina sale a 32 cm ed il centro a 36 cm. Dopo il secondo rimbalzo il punto più basso sale a 18 cm ed il centro a 22 cm. Dopo il terzo rimbalzo il punto più basso sale a 11 cm ed il centro a 15 cm. Quel che succede dopo il quarto rimbalzo non ci interessa più. Attenzione che il centro non scende fino a terra ma si ferma a 4 cm di altezza. Il suo percorso è allora di $(64-4)+2(36-4)+2(22-4)+2(15-4)=182\text{ cm}$

18. LE ARANCE INVENDUTE [7719]

Sia x il numero delle arance iniziali, se 581 sono le arance invendute e sono il 7% delle arance iniziali, allora si calcola $581:7=x:100$ da cui $x=8300$ arance. Le arance vendute sono $8300-581=7719$

19. LA RANA [13]

La rana potrebbe fare solo tre salti da 2 gradini, oppure due salti da 2 e due da 1, oppure un salto da due e quattro da 1, oppure sei salti da 1. Bisogna però guardare anche in quale ordine fa i salti.
Le possibili sequenze di salti sono le seguenti:
Tre salti da 2. C'è un solo modo: 222
Due salti da 2 e due da 1. Ci sono 6 modi: 2211 oppure 2121 oppure 2112 oppure 1221 oppure 1212 oppure 1122
Un salto da 2 e quattro da 1. Ci sono 5 modi: 21111 oppure 12111 oppure 11211 oppure 11121 oppure 11112
Sei salti da 1. C'è un solo modo.
Quindi la rana può salire in 1+6+5+1=13 modi diversi.

20. SCACCHIERA A COLORI [19]

14 delle 20 caselle rosse fanno parte delle sette coppie di caselle che il testo dice che sono sovrapposte. Rimangono altre 6 caselle rosse che devono essere sovrapposte a 6 caselle bianche. Le altre 38 caselle bianche sono sovrapposte a caselle bianche e formano 19 coppie.