GARA DI MATEMATICA ON-LINE (9/12/2020)

1. L'ISOLA DI BERK [12]

Per non sbagliare scriviamo tutti gli anagrammi richiesti in ordine alfabetico:
BEKR, BERK, BKER, BREK,
KBER, KEBR, KERB, KREB,
RBEK, REBK, REKB, RKEB.
In totale vi sono 12 anagrammi del tipo richiesto.
In alternativa, gli anagrammi di 4 lettere sono $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$, di cui $3! = 6$ iniziano per "E" e altrettanti finiscono per "E". In totale $24 - 6 - 6 = 12$ sono gli anagrammi cercati.

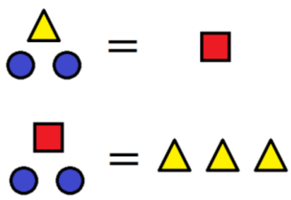
2. SKARACCHIO [19]

Ogni volta che Hiccup esegue l'operazione di suddivisione, da un pezzo se ne ottengono 7, ovvero 6 in più. Dopo aver effettuato tutte le operazioni di divisione ci saranno in totale $1+6+6+6=19$ pezzi di ferro.

3. STOICK [20]

Hiccup ha 10 anni e Stoick ne ha 40. Il problema chiede di trovare un numero n per cui $2(10+n) = 40+n$. Risolvendo l'equazione o procedendo per tentativi si trova che il valore cercato che è $n = 20$.

4. LE BOLAS [350]

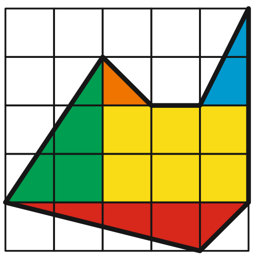


Indichiamo con T il peso delle *bolas* triangolari, con C quello delle *bolas* circolari e con Q il peso di quelle quadrate.
Le informazioni che abbiamo dicono che:
$T + 2C = Q$ e
$Q + 2C = 3T$
Scrivendo nella seconda equazione che $Q = T + 2C$, si ottiene che
$T + 4C = 3T$, cioè che $4C = 2T$ e quindi che $2C = T$.
Mettendo questo risultato nella prima equazione scritta, si ottiene che $Q = 2T$ e quindi una *bolas* quadrata pesa $350\ \mathrm{g}$.

5. L'ADDESTRAMENTO [7]

Se nell'arena ci fossero solo persone, dovrebbero esserci $16 \cdot 2 = 32$ fra gambe e zampe. Siccome ci sono 14 tra gambe e zampe in più, queste sono tutte dei draghi, che sono $14:2=7$.

6. LA PROTESI [13]



Per calcolare l'area, dividiamo la figura in triangoli e rettangoli.

$A_{verde} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$; $A_{arancio} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$; $A_{azzurro} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$; $A_{giallo} = 2 \cdot 3 = 6$; $A_{rosso} = \frac{5 \cdot 1}{2} = \frac{5}{2}$.

$A_{TOTALE} = 3 + \frac{1}{2} + 1 + 6 + \frac{5}{2} = 13$.

7. IN VOLO [1341]

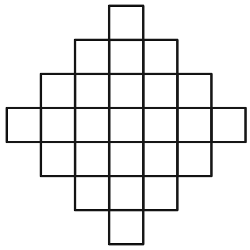
Invece che partire dai numeri primi, come suggerito dal testo, scriviamo tutti i quadrati di tre cifre e, invertendo le cifre, vediamo se sono numeri primi:

n	n^2	$\underline{n^2}$	
10	100	1	Non è primo
11	121	121	Multiplo di 11
12	144	441	Multiplo di 9
13	169	961	Multiplo di 31
14	196	691	**PRIMO**
15	225	552	Pari
16	256	652	Pari
17	289	982	Pari
18	324	423	Multiplo di 3
19	361	163	**PRIMO**
20	400	4	Pari

n	n^2	$\underline{n^2}$	
21	441	144	Pari
22	484	484	Pari
23	529	925	Multiplo di 5
24	576	675	Multiplo di 5
25	625	526	Pari
26	676	676	Pari
27	729	927	Multiplo di 3
28	784	487	**PRIMO**
29	841	148	Pari
30	900	9	Multiplo di 3
31	961	169	Multiplo di 13

8. I QUADRATI [42]

Vi sono in tutto 25 quadrati 1×1, 12 quadrati 2×2 ed infine 5 quadrati 3×3 per un totale di 42 quadrati.



9. AL VOLO [60]

$$2020:17:(101:51)=\frac{2020}{17}:\frac{101}{51}=\frac{2020}{17}\cdot\frac{51}{101}=60$$

10. LE STRETTE DI MANO [105]

Ogni vichingo dà 14 strette di mano, una per ciascun compagno di battaglia.

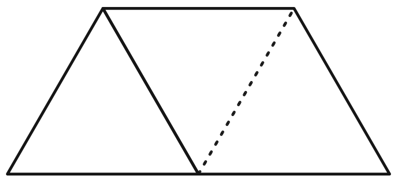
Il totale delle $15\cdot14=210$ strette di mano va però diviso per 2, in quanto ogni stretta di mano è stata contata due volte (io do la stretta di mano a te e tu contemporaneamente la dai a me).

11. IL NUMERO DI ASTRID [1400]

Osserviamo che $abc=\frac{(abc)^2}{abc}=\frac{a^2}{b}\cdot\frac{b^2}{c}\cdot\frac{c^2}{a}=\frac{10}{3}\cdot\frac{120}{7}\cdot\frac{49}{2}=1400$.

12. IL NIDO DEL GRONCHIO [381]

È sufficiente tracciare la figura per osservare che l'area del nido deve essere tre volte l'area del triangolo. La soluzione cercata è $127\cdot3=381\ \mathrm{cm}^2$.



13. IL NIDO DI UN BIZIPPO [95]

Detti α, β e γ i tre angoli del triangolo, la richiesta del problema si traduce nell'equazione: $\alpha=\frac{\beta+\gamma}{2}+36°$. Siccome $\alpha+\beta+\gamma=180°$, $\beta+\gamma=180°-\alpha$ che sostituito nell'equazione precedente permette di calcolare la misura di α. Infatti

$\alpha=\frac{180°-\alpha}{2}+36°$,

$2\alpha=180°-\alpha+72°$

$3\alpha=252°$

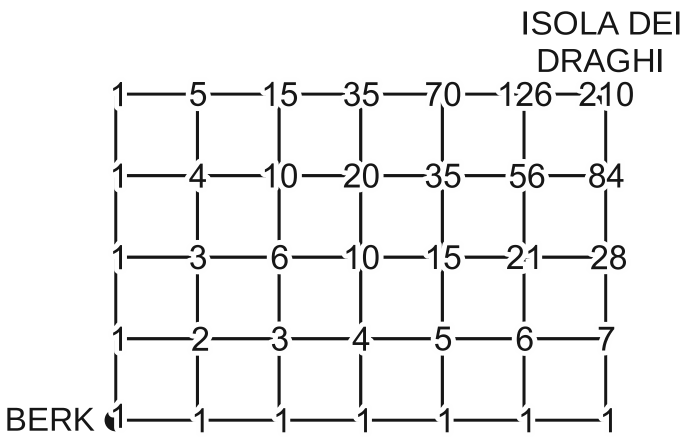
$\alpha=84°$.

Ora riprendendo l'equazione $\alpha=\frac{\beta+\gamma}{2}+36°$ possiamo scrivere:

$\frac{\beta+\gamma}{2}=48°$, cioè $\beta+\gamma=96°$. Essendo le misure numeri interi, il massimo valore per un angolo si ha quando l'altro assume il valore minimo possibile, cioè quando uno dei due misura $1°$ e di conseguenza $95°$ l'altro.

14. VERSO L'ISOLA DEL DRAGHI [210]

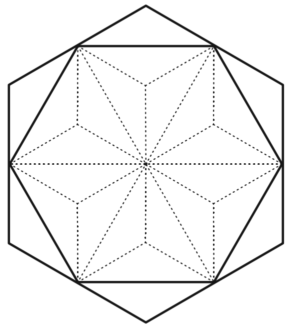
Usiamo lo schema fornito dal problema e calcoliamo i percorsi sommando di volta in volta il numero dei percorsi intermedi:



15. DA DIECI A NOVANTANOVE [27]
Senza dover calcolare tutti i casi, osserviamo che la somma delle cifre sarà maggiore al prodotto solamente nei seguenti casi:
- una delle cifre è 0 (9 casi);
- una delle cifre è 1 (10 per la decina del 10, più 8, uno per le altre decine).

Vi è un solo caso comune, che è il 10.
La somma sarà uguale al prodotto solamente per il numero 22.
In totale vi sono 27 numeri che verificano la richiesta.

16. IL MIRAGGIO [720]
Ridisegnando la figura e costruendo i triangoli, come in figura, si osserva che l'area dell'esagono esterno è i $\frac{4}{3}$ dell'area dell'esagono interno.



L'esagono esterno ha un'area pari a: $A_{ext}=\frac{4}{3}A_{\text{int}}=\frac{4}{3}\cdot 540=720\ \text{mm}^2$.

17. IL QUADRATO [10]
Si tratta di trovare la soluzione dell'equazione $6x+40=x^2$.
Siccome a sinistra dell'uguale c'è un numero pari, e il quadrato di un numero dispari rimane dispari, possiamo provare tutti i numeri pari a partire da 8 (visto che il quadrato deve essere più grande di 40) per scoprire quale verifica la condizione:
$6\cdot 8+40=88\neq 64$
$6\cdot 10+40=100=10^2$.
La soluzione è 10.

18. BATTAGLIA AEREA [9]
$2020=2^2\cdot 5\cdot 101$, quindi $2020^2=2^4\cdot 5^2\cdot 101^2$.
Tolto il 2^4 gli altri fattori primi generano tutti dei divisori dispari che sono: 1, 5, 5^2, 101, 101^2, $5\cdot 101$, $5^2\cdot 101$ e $5^2\cdot 101^2$. Abbiamo trovato 9 divisori dispari.

19. I DENTI [38]
$24=2^3\cdot 3$, quindi il numero cercato può essere formato dalle cifre 8 e 3, oppure da 6 e 4.
Il numero più piccolo possibile è 38.

20. I FESTEGGIAMENTI [27]
Il valore massimo possibile, lo si ottiene con la seguente operazione:

$$(1+2)\times(1+2)\times(1+2)=27$$